

Ένα όνειρο που ονειρεύεσαι μόνος είναι απλά ένα
όνειρο.

Ένα όνειρο που ονειρεύεσαι με άλλους μαζί είναι
πραγματικότητα.

John Lennon



Κάπως έτσι ονειρεύτηκα
την Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση !!!
Μπορεί όμως και να ... ήταν .

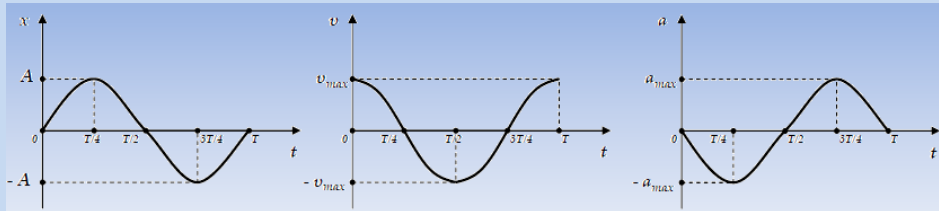
‘ Πώς προκύπτει κύριε ο όρος
Γραμμική ... στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση’ ;
Ένα νοητικό μάθημα με αφορμή μια ερώτηση.

Τίποτα δεν συμβαίνει αν πρώτα δεν ονειρευτούμε.

Carl Sandburg, 1878-1967, Αμερικανός ποιητής

✓ Η αποτυχία μιας διδασκαλίας ... διδάσκει.

Το πρώτο μάθημα πάνω στην έννοια της α.α.τ.
Η κλασική παράδοση είχε σχεδόν τελειώσει.



Η κλασική ερώτηση έγινε για άλλη μια φορά :

Γ.Δ : Παιδιά έχετε ερωτήσεις;

Αλλά και η κλασική απάντηση των μαθητών ήταν η αναμενόμενη:

Μαθητές : Τα καταλάβαμε κύριε.

Αλήθεια πόση ευτυχία μπορεί να αισθάνεται ένας διδάσκοντας όταν διαρκώς ακούει αυτή την στερεότυπη απάντηση από τους μαθητές του ;

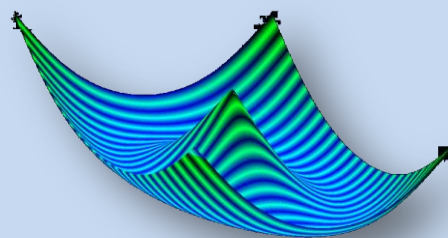
‘Μα δεν υπάρχει μια ερώτηση ; Ένα σχόλιο ; Η α.α.τ. δεν είναι η πιο εύκολη έννοια’.

Σας ομολογώ ότι ...δεν ... αισθάνομαι ευτυχισμένος. Με κυριεύει η αμφιβολία.

Η πρώτη μου σκέψη ...Μήπως το μάθημα δεν ‘κέντρισε’ το ενδιαφέρον ;

Η δεύτερη σκέψη ... Μήπως πρέπει να το επαναλάβω αλλά με άλλο τρόπο για να μπορέσω να προκαλέσω το ενδιαφέρον και τον προβληματισμό των παιδιών ;

Μια ιδέα θα ήταν : Να δούμε την α.α.τ και σε 3D



Από τον Νίκο Δαπόντε.

Εδώ θα ήθελα μοιραστώ μαζί σας μια **σκέψη – άποψη** γενικά για την διδασκαλία

Σημαντική πλευρά στην ‘τέχνη’ της διδασκαλίας **είναι να δημιουργεί θετικά συναισθήματα στους μαθητές αλλά και στον ίδιο τον διδάσκοντα.**

Θεωρώ όμως ότι η πιο σημαντική πλευρά είναι αυτή που προκαλεί στους μαθητές **Ερωτήματα ... Αμφιβολίες ... Εικόνες.**

Αυτές τις τρεις μαγικές λέξεις :

Τη λέξη ...**Γιατί** ; Τη λέξη ...**Αμφισβητώ**. Τη λέξη ...**Φαντάζομαι**.

Την άποψη μου αυτή την γνωρίζουν οι μαθητές μου και δεν τους φάνηκε παράξενο η επανάληψη του μαθήματος.

Στην ερώτηση μαθητή για τον χρόνο κάλυψης της ύλης του απάντησα ότι:

Πιο μεγάλη αξία έχει το πώς κατανοούμε την ύλη από το πότε ‘βγάζουμε’ την ύλη.

Αυτή την φορά όμως η παράδοση στην α.α.τ. έβαζε **έμμεσους προβληματισμούς.**

Για την αρχική φάση . Τον καθορισμό της θετικής φοράς .

Για την θέση ισορροπίας και πότε αλλάζει.

Γωνιακή ταχύτητα και γωνιακή συχνότητα.

Για την σχέση της απομάκρυνσης και της θέσης .

Η συζήτηση στην τάξη άρχισε να παίρνει τις αγαπημένες μου διαστάσεις.

Ερωτήματα ... Αμφιβολίες ... Εικόνες.

Αυτή η απίστευτη δύναμη του... **Γιατί** ;

Αλλά και η τραγική αδυναμία του... **Διότι.**

Τακτικά σκέφτομαι :

Έχω συνειδητοποιήσει την δυναμική μιας μαθητικής τάξης :

Ναι είναι φορές που αισθάνομαι ότι είμαι ταυτόχρονα

και ο διδάσκοντας αλλά και ο διδασκόμενος.

Έτσι και αυτή τη φορά.

✓ **Η ερώτηση**

Κάποιες φορές οι απαντήσεις που δίνω σε ερωτήματα των μαθητών μου

στην Φυσική Κατεύθυνσης της Γ’ Λυκείου και όχι μόνο ...**δεν με ικανοποιούν.**

Αλλά σκέφτομαι και θέλω να πω ... και άλλα λέω.

Αυτή η δυσκολία **του διότι.**

Μπορώ βέβαια να επικαλεστώ μια ... ‘σοβαρή’ δικαιολογία.

Η ύλη... Το σχολικό βιβλίο ...Οι πανελλήνιες εξετάσεις.

Είναι όμως αυτή αρκετή;

Νοιώθω πάντα ένα ...κόμπο στον λαιμό όταν βρίσκομαι σ’ αυτό το αδιέξοδο.

Δεν μπορώ να πω ‘κάτι’ που δεν πιστεύω.

Είμαι όμως ...παγιδευμένος.

Έτσι αφού δηλώσω την διαφωνία μου ...δίνω την απάντηση που θέλει βαθμολογητής.

Δεν ξέρω αν αυτό με εξιλεώνει .

Αυτό συνέβη και αυτή την φορά.

Ο μαθητής : Μπορούμε να πούμε κύριε την απλή αρμονική ταλάντωση ή την γραμμική αρμονική ταλάντωση ... ευθύγραμμη αρμονική ταλάντωση ;
Άκουσα κάποια ειρωνικά σχόλια.

Ο μαθητής συνεχίζει : Δες τε κύριε τι γράφει το σχολικό βιβλίο.
‘Η ταλάντωση που γίνεται σε ευθεία τροχιά ονομάζεται γραμμική ταλάντωση.
Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης’.

Ένας άλλος μαθητής: Καλά η ευθεία ...δεν είναι μια ειδική περίπτωση γραμμής;
Τότε πως αυθαίρετα καθορίζει τον όρο γραμμική ...από την ευθύγραμμη κίνηση;
Εσείς θεωρείτε σωστό ...τον όρο ευθύγραμμη;
Το σκέφτηκα για λίγο.

Γ.Δ: Παιδιά αν δεχθούμε την άποψη του Σχολικού βιβλίου ότι δηλαδή ... με το κριτήριο της ευθύγραμμης τροχιάς καθορίζουμε τον όρο γραμμική !!!
Τότε ...ναι. Θα θεωρούσα τον όρο ευθύγραμμη ...σωστό.
Για δες τε όμως ‘κάτι’ δεν πάει καλά.
Ο όρος ... Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση ... έχει διαφορετική ‘προέλευση’.

Μαθητής : Μα τότε ο όρος γραμμική γιατί αιτιολογείται από το είδος της ευθύγραμμης τροχιάς στο σχολικό βιβλίο αλλά και σε όλα τα βοηθήματα;
Εσείς διαφωνείτε με όλα αυτά... !!!! ;

✓ Η απάντηση

Γ.Δ : Ναι διαφωνώ παιδιά. Και πιστεύω ότι δεν είμαι ο μόνος .
Όμως εσείς ξεχάστε την δική μου διαφωνία και στις Πανελλήνιες γράψτε την ‘άποψη’ του σχολικού βιβλίου .
Πάλι ο κόμπος ...στον λαιμό.
Ο σωστός όρος είναι τελικά είναι... Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση.
Ας δούμε πια είναι αιτιολόγηση του.

Όταν ο Ισαάκ Νεύτων διατύπωνε τον 2^ο Νόμο του δεν γνωρίζω αν είχε συνειδητοποιήσει ότι θα γινόταν η πρώτη και η πιο δημοφιλής διαφορική εξίσωση.

$$\Sigma F = ma \rightarrow a(t) = \frac{\Sigma F}{m} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\Sigma F}{m}$$

Έτσι το είδος της δύναμης (ΣF) που ασκείται σε ένα σώμα μάζας (m) θα καθορίσει και το είδος της κίνησης του.

Αν τώρα θεωρήσουμε την σχέση που δίνει την δύναμη σε μια α.α.τ

$$\Sigma F = -Dx \quad \text{όπου} \quad D > 0$$

η διαφορική εξίσωση που διαμορφώνεται είναι :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{D}{m} x = 0 \text{ αν θέσω } \frac{D}{m} = \omega_0^2 \text{ προκύπτει η εξίσωση}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{ή} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση ανήκει στην κατηγορία
των ομογενών διαφορικών εξισώσεων δευτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές.

Όμως τις λέμε και ...Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις. .
Η ονομασία προκύπτει από την παρακάτω ιδιότητα τους.

Αν πάρουμε δύο λύσεις ανεξάρτητες μεταξύ τους την $x_1(t)$ και την $x_2(t)$
τότε και ο γραμμικός συνδυασμός τους

$$a x_1(t) + b x_2(t) \quad \text{όπου } a, b \text{ σταθερές}$$

αποτελεί και αυτός λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Ας προχωρήσουμε όμως λίγο παρακάτω.

Θεωρούμε μια λύση της διαφορικής εξίσωσης την συνάρτηση

$$x(t) = e^{kt} \rightarrow \frac{dx}{dt} = k e^{kt} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = k^2 e^{kt}$$

Αντικαθιστώ στην διαφορική εξίσωση και προκύπτει :

$$k^2 e^{kt} + \omega_0^2 e^{kt} = 0 \rightarrow e^{kt} (k^2 + \omega_0^2) = 0 \rightarrow k^2 + \omega_0^2 = 0$$

Από την σχέση αυτή μπορώ να υπολογίσω την παράμετρο k που παίρνει τις τιμές :

$$k_1 = i\omega_0 \quad \text{και} \quad k_2 = -i\omega_0$$

Έτσι οι δύο μερικές λύσεις της διαφορικής είναι :

$$x_1(t) = e^{i\omega_0 t} \quad \text{και} \quad x_2(t) = e^{-i\omega_0 t}$$

Ο γραμμικός συνδυασμός τους

$$x(t) = c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}$$

μας δίνει την γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Με την επίλυση της και την βοήθεια των αρχικών συνθηκών
προκύπτει ότι η τελική λύση θα έχει την μορφή

$$x = A\eta\mu(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Το συμπέρασμα : Ο γραμμικός συνδυασμός των μερικών λύσεων
της διαφορικής εξίσωσης έδωσε την τελική γενική λύση

$$x = A\eta\mu(\omega_0 t + \varphi_0)$$

που είναι η αρμονική συνάρτηση .

Γι' αυτό η κίνηση που περιγράφει λέγεται Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση.

Η αιτιολόγηση του όρου Γραμμική Ταλάντωση
με την λογική του Σχολικού βιβλίου ότι δηλαδή πραγματοποιείται
σε ευθεία τροχιά είναι ... Λ Α Θ Ο Σ !!!!

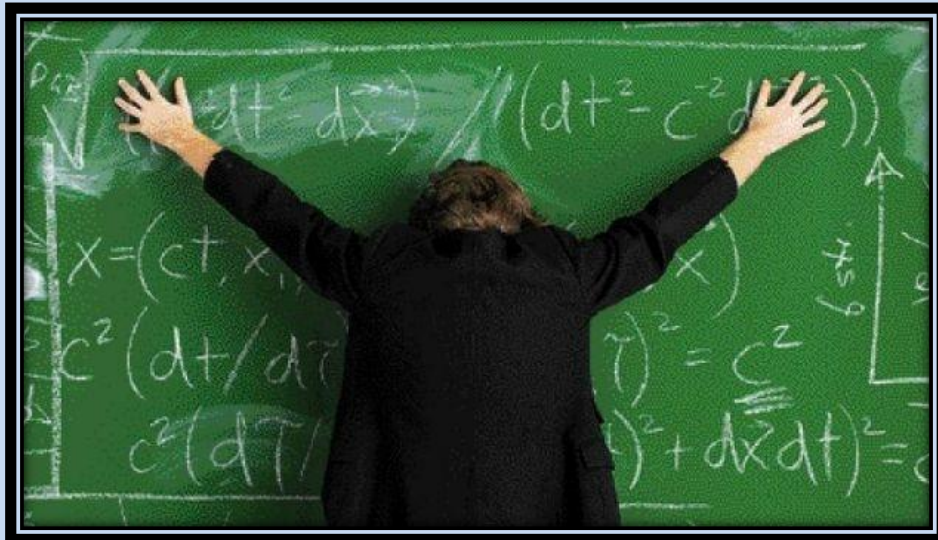
✓ Ο επίλογος

Ξαφνικά συνειδητοποιώ ότι δεν είμαι στο γραφείο μου.

Αλλά ούτε σε παρέα Φυσικών.

Είμαι μέσα στην τάξη και με παρακολουθούν τα παιδιά.

Και εγώ ξέφυγα εντελώς Συνεχώς λέω και γράφω για διαφορικές εξισώσεις.



Γεμίζω ... και σβήνω τον πίνακα. Άλλη μια φορά...

Εγώ και ο Πίνακας.

Καμιά επαφή με το περιβάλλον... Τρομάζω .

Μου το έχω πει πολλές φορές ... το μάθημα γίνεται με τα μάτια.

Δεν είναι δυνατόν ... Χάλασα πάλι ένα όμορφο μάθημα.

Γυρνώ πίσω μου και βλέπω την παρακάτω εικόνα.

Πάγωσα ... και εγώ.



Θόδωρος Παπαγιάννης,.. Μάθημα στην τάξη. Γλυπτό.

Ο ιδρώτας είχε λούσει όλο μου το σώμα. Δεν μπορεί όνειρο θα είναι σκέφτομαι .

Άνοιξα τα μάτια μου.

Ο ουρανός μου χαμογελούσε . Κι' όμως.

Ήταν ένα μάθημα - όνειρο ... μιας 'θερινής νυχτός'.

Που ήθελα να μοιραστώ μαζί σας.

Στο 'όνειρο' συμμετείχαν και ιδέες από όλους σας.

Αγαπητοί Φίλοι του Υ.Φ.Χ. και γι' αυτό ...

Σας ευχαριστώ.

Αν δεν τις είδατε ... 'ψάξτε' και θα τις βρείτε.

Υ.Γ. Το μάθημα έγινε τελικά ... χωρίς την διαφορική .

Γιάννης Δογραματζάκης.

Αρχές Σεπτέμβρη ... στην Ιεράπετρα.

Με βοήθησε το βιβλίο του Στέφανου Τραχανά: Συνήθεις διαφορικές εξισώσεις.