

Στοιχεία Κβαντικής Θεωρίας
Ερωτήσεις - Απαντήσεις

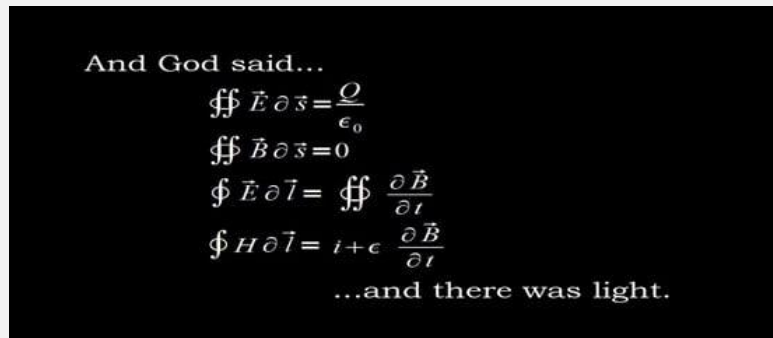
Γιάννης Δογραματζάκης
Φυσικός

Στοιχεία κβαντομηχανικής Ερωτήσεις – Απαντήσεις

Εισαγωγή

1. **Ερ:** Ποια ήταν η πρόβλεψη του Maxwell ;

Απ: Ο Maxwell, με την ενοποιημένη θεωρία του για τον ηλεκτρομαγνητισμό (1864), είχε προβλέψει την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως μηχανισμό διάδοσης της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο χώρο.



And God said...

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oiint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \epsilon \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

...and there was light.

2. **Ερ:** Ο Heinrich Hertz τι παρήγαγε και τι απέδειξε ;

Απ: Το 1886, και ενώ ο Maxwell είχε πεθάνει, ο Γερμανός Heinrich Hertz **παρήγαγε** ηλεκτρομαγνητικά κύματα με ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα και **απέδειξε** ότι αυτά διαδίδονται στο χώρο με την ταχύτητα του φωτός.

3. **Ερ:** Ποια είναι η αλληλεπίδραση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος με την ύλη.

Απ: Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορούσε να **μεταφέρει** ενέργεια σ' ένα άτομο θέτοντας το σε εξαναγκασμένη ταλάντωση και **αντίστροφα** ένα ταλαντούμενο άτομο, **παράγει** ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

4. **Ερ:** Τι προβλέπει κλασική θεωρία και ποια φαινόμενα δεν μπόρεσε να ερμηνεύσει;

Απ: Η κλασική θεωρία προβλέπει ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μπορεί να μεταφέρει οποιοδήποτε ποσό ενέργειας, ανάλογα με τη συχνότητα της. Εν τούτοις μια σειρά από φαινόμενα, όπως **η ακτινοβολία του μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, τα γραμμικά φάσματα εκπομπής και το φαινόμενο της σκέδασης των ακτίνων X (φαινόμενο Compton), δεν μπορούσαν να ερμηνευτούν με την κλασική θεωρία.**

5. **Ερ:** Ποια είναι η υπόθεση του Max Planck ;

Απ: Το 1900 ο Max Planck κάνει την πολύ ριζοσπαστική υπόθεση ότι η ενέργεια εκπέμπεται ή απορροφάται από ένα αντικείμενο **κατά διακριτές**

ποσότητες (κατά κβάντα) ή πιο απλά, κατά μικρά ενεργειακά πακέτα. Η συνολική ενέργεια λοιπόν δεν μπορεί παρά να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του κβάντου ενέργειας. Η υπόθεση αυτή αποδείχθηκε επιτυχής στην αντιμετώπιση των αδιεξόδων στα οποία είχε οδηγηθεί η κλασική θεωρία.

6. Ερ: Ποια είναι η έννοια της κβάντωσης;

Απ: Η κβάντωση ενός μεγέθους δεν μας είναι άγνωστη υπόθεση. Για παράδειγμα **το ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο** είναι κβαντισμένο μέγεθος με κβάντο το φορτίο του ηλεκτρονίου. **Οποιαδήποτε ποσότητα ελεύθερου φορτίου είναι πάντα ακέραιο πολλαπλάσιο του φορτίου του ηλεκτρονίου.**

7. Ερ: Ποιο είναι το θεμέλιο της κβαντικής θεωρίας και τι ερμηνεύει;

Απ: Η υπόθεση του Planck ήταν **το θεμέλιο μιας νέας θεωρίας, της κβαντικής θεωρίας.** Η κβαντική θεωρία προβλέπει κβάντωση κι άλλων μεγεθών όπως η ορμή και η στροφορμή. Η κβαντική θεωρία ερμηνεύει φαινόμενα σε ατομικό επίπεδο τα οποία αδυνατεί να ερμηνεύσει η κλασική θεωρία. **Όταν εξετάζουμε φαινόμενα του μακρόκοσμου η κβάντωση των μεγεθών γίνεται δυσδιάκριτη και τα συμπεράσματα της κβαντικής θεωρίας ταυτίζονται με αυτά της κλασικής.**

Μέλαν Σώμα



1. Ερ: Γιατί ένα σώμα δεν είναι ορατό στο σκοτάδι; Τι θα γίνει αν το φωτίσουμε; Πως ερμηνεύεται το φαινόμενο αυτό;

Απ: Ένα οποιοδήποτε σώμα δεν φαίνεται στο σκοτάδι ενώ αν το φωτίσουμε το βλέπουμε. Αυτό συμβαίνει γιατί όλο ή ένα μέρος από το φως που πέφτει στο σώμα επανεκπέμπεται (διαχέεται) στο περιβάλλον με αποτέλεσμα κάποιες από τις επανεκπεμπόμενες φωτεινές ακτίνες να φτάνουν στα μάτια μας.

2. Ερ: Πως καθορίζεται το χρώμα που αποδίδουμε σε ένα σώμα;

Απ: Αν φωτίσουμε ένα σώμα με λευκό φως εν γένει απορροφά κάποια μήκη κύματος ενώ άλλα τα επανεκπέμπει.

Από τα επανεκπεμπόμενα μήκη κύματος καθορίζεται το χρώμα του σώματος που βλέπουμε.

Στην ειδική περίπτωση που επανεκπέμπονται όλα τα μήκη κύματος του λευκού φωτός το σώμα φαίνεται λευκό.

Όταν το σώμα απορροφά όλα τα μήκη κύματος, φαίνεται μαύρο.

3. Ερ: Πως μπορούμε να ορίσουμε το μέλαν σώμα στην Φυσική;

Απ: Μέλαν σώμα στη φυσική θεωρείται το σώμα που απορροφά την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει σ' αυτό, σε όλο το φάσμα της (όλες τις συχνότητες).

Στην πράξη, μέλαν σώμα μπορεί να θεωρηθεί ένα οποιοδήποτε αντικείμενο με αιθαλωμένη την επιφάνειά του.

4. Ερ: Όλα τα σώματα σε οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκονται εκπέμπουν ενέργεια;

Απ: Κάθε σώμα σε οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η ακτινοβολία αυτή ονομάζεται θερμική ακτινοβολία.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω του ρόλου που έπαιξε στην εξέλιξη της φυσικής, έχει η μελέτη της θερμικής ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.

5. Ερ: Πως ορίζεται η ένταση (ολικής)της ακτινοβολίας (I);

Απ: Ονομάζεται ένταση της ακτινοβολίας το μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφάνειας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου.

$$I = \frac{dE}{dt dA} \quad \text{και από την σχέση} \quad dP = \frac{dE}{dt} \rightarrow I = \frac{dP}{dA}$$

Η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα σώμα εξαρτάται από τη θερμοκρασία του.

Είναι μονόμετρο μέγεθος .

Με μονάδα στο SI : $\frac{1J}{sm^2}$ η $\frac{1W}{m^2}$

6. Ερ: Πως ορίζεται η ένταση ανά μονάδα μήκους της ακτινοβολίας I(λ);

Απ: Η ένταση της ακτινοβολίας I(λ) το μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφάνειας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου και στην μονάδα μήκους κύματος

$$I(\lambda) = \frac{dE}{dt dAd\lambda} \rightarrow I(\lambda) = \frac{I}{d\lambda}$$

7. **Ερ:** Γιατί μελετάμε την θερμική ακτινοβολία του μέλανος σώματος;

Απ: Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω του ρόλου που έπαιξε στην εξέλιξη της φυσικής, έχει η μελέτη της θερμικής ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.

Το μέλαν σώμα, σ' οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σ' όλο το φάσμα της.

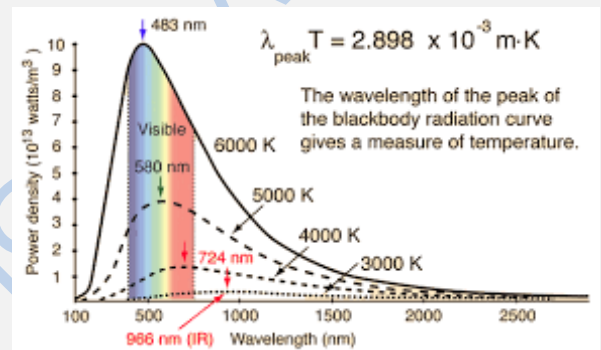
Το μεγαλύτερο όμως τμήμα της ενέργειας που εκπέμπεται μ' αυτό τον τρόπο περιορίζεται σε μια στενή περιοχή, με «αιχμή» κάποιο μήκος κύματος (λ_{\max}), διαφορετικό για κάθε θερμοκρασία.



8. **Ερ:** Ποιες είναι οι περιοχές που εκπέμπει το μέλαν σώμα σύμφωνα με την θερμοκρασία του;

Απ: Σε θερμοκρασίες γύρω στους (1000 K) το μέλαν σώμα εκπέμπει κυρίως στην υπέρυθρη περιοχή.

Σε ψηλότερες θερμοκρασίες το (λ_{\max}) μετατοπίζεται σε μικρότερα μήκη κύματος (μεγαλύτερες συχνότητες), στην περιοχή του ορατού.



9. **Ερ:** Ποια σχέση συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία (T) του μέλανος σώματος με το μήκος κύματος αιχμής (λ_{\max}).
Νόμος μετατόπισης Wien

Απ: Η σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία (T) του μέλανος σώματος με το μήκος κύματος αιχμής (λ_{\max}) είναι :

$$\lambda_{\max} T = \text{σταθερό}$$

Νόμος μετατόπισης Wien.

Η σταθερά είναι η ίδια για όλα τα σώματα.

10. **Ερ:** Πως ερμηνεύονται τα πειραματικά δεδομένα από την Κλασική Μηχανική.

Απ: Για την ερμηνεία των πειραματικών δεδομένων οι ερευνητές δέχτηκαν ότι τα άτομα των σωμάτων ταλαντώνονται.

Το πλάτος της ταλάντωσης τους είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας στην οποία βρίσκονται τα σώματα.

Έτσι μπορούμε να τα δούμε ως στοιχειώδη ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα.

Άρα σαν πηγή εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Η υπόθεση όμως αυτή **δεν μπόρεσε** να ερμηνεύσει ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα.

11. Ερ: Ποιες είναι οι δύο υποθέσεις που διατύπωσε ο Planck για να ερμηνεύσει το φαινόμενο εκπομπής του μέλανος σώματος.

Απ: Το φαινόμενο ερμηνεύτηκε πλήρως το 1900, με τις δύο υποθέσεις που διατύπωσε ο Planck.

1^η Υπόθεση: Η ενέργεια των ταλαντούμενων ατόμων δε μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή.

Μπορεί να πάρει μόνο διακριτές (κβαντισμένες) τιμές.

Οι τιμές της ενέργειας που μπορεί να έχει το ταλαντούμενο άτομο είναι:

$$E_n = nhf$$

Όπου:

n= ένας θετικός ακέραιος αριθμός που ονομάζεται **κβαντικός αριθμός**

f = η συχνότητα ταλάντωσης του ατόμου

h= μια σταθερά που αργότερα έπαιξε μεγάλο ρόλο στη φυσική και ονομάστηκε **σταθερά δράσης του Planck**.

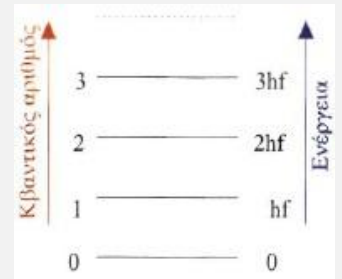
2^η Υπόθεση: Το ποσό της ενέργειας, που μπορεί να απορροφήσει ή να εκπέμψει ένα άτομο, υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές.

Στο **σχήμα** δίνουμε μία εικόνα των ενεργειακών σταθμών στις οποίες μπορεί να βρεθεί το άτομο.

Αν το άτομο απορροφήσει ένα κβάντο ενέργειας **E = hf** αυξάνει την ενέργεια του κατά ένα σκαλοπάτι στην κλίμακα των ενεργειακών σταθμών.

Αν πάλι το άτομο εκπέμψει ένα κβάντο ενέργειας υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας τότε κατεβαίνει ένα σκαλοπάτι στην ίδια κλίμακα.

Όσο ένα άτομο παραμένει στην ίδια ενεργειακή κατάσταση (στάθμη), ούτε εκπέμπει ούτε απορροφά ενέργεια. Τα άτομα, λοιπόν, απορροφούν ή εκπέμπουν ενέργεια όχι συνεχώς αλλά κάνοντας ενεργειακά άλματα.



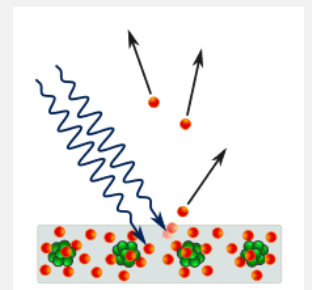
ΤΟ ΦΩΤΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

1. Ερ: Ποιο ονομάζουμε φωτοηλεκτρικό φαινόμενο;

Απ: Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι το φαινόμενο κατά το οποίο **μια μεταλλική επιφάνεια απελευθερώνει ηλεκτρόνια στο περιβάλλον όταν πάνω της προσπίπτει φως**.

2. Ερ: Ποιος είναι ο μηχανισμός εξόδου ηλεκτρονίων από μια μεταλλική επιφάνεια;

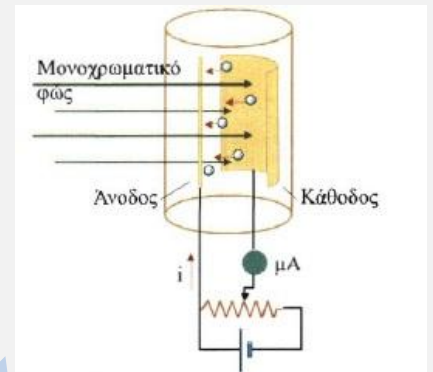
Απ: Τα ηλεκτρόνια που υπάρχουν στο εσωτερικό ενός αγωγού περιορίζονται στο χώρο που καταλαμβάνει ο αγωγός, από δυνάμεις που εμποδίζουν τη διάχυσή τους στο περιβάλλον.



Όταν μια κατάλληλη δέση φωτός προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια του αγωγού κάποια ηλεκτρόνια απορροφούν ενέργεια αρκετή για να υπερνικήσουν αυτές τις δυνάμεις και βγαίνουν από το μέταλλο (φωτοηλεκτρόνια).

3. **Ερ:** Πως γίνεται η μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Απ: Για τη μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου θα χρησιμοποιήσουμε τη διάταξη του σχήματος. Μέσα σε ένα σωλήνα υψηλού κενού ($\approx 10^{-7}$ atm) τοποθετούμε δύο ηλεκτρόδια. Το πρώτο, που χρησιμεύει ως κάθοδος, έχει μεγάλη επιφάνεια, φέρει επίστρωση από ένα αλκαλιμέταλλο (K ή Cs) και όταν φωτίζεται εκπέμπει ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια αυτά συλλέγονται από το δεύτερο ηλεκτρόδιο την άνοδο. Με τη βοήθεια μιας ποτενσιομετρικής διάταξης μπορούμε να μεταβάλλουμε την τάση που εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια. Τέλος, με ένα μικροαμπερόμετρο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα μπορούμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που οφείλεται στα ηλεκτρόνια που εκπέμπει η φωτιζόμενη κάθοδος. Όταν η κάθοδος φωτίζεται εκπέμπει ηλεκτρόνια (φωτοηλεκτρόνια) τα οποία επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των ηλεκτροδίων (σχήμα) και καταλήγουν στην άνοδο.



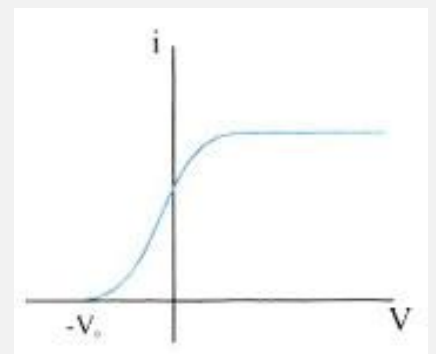
4. **Ερ:** Τι διαπιστώνουμε πειραματικά;

Απ: Πειραματικά διαπιστώνεται ότι

1. Εκπομπή φωτοηλεκτρονίων έχουμε μόνο όταν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη ή ίση μιας ορισμένης συχνότητας, η οποία είναι χαρακτηριστική για το μέταλλο. Αυτή η οριακή συχνότητα ονομάζεται **συχνότητα κατωφλίου (f_0)**.
2. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποσπώνται από το μέταλλο ανά μονάδα χρόνου **είναι ανάλογος της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας** που προσπίπτει στο μέταλλο.
3. Η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια **δεν εξαρτάται από την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας αλλά μόνο από τη συχνότητά της** και αυξάνεται όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας μεγαλώνει.

5. **Ερ:** Πως μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος που δημιουργείται σε συνάρτηση με την τάση ανόδου – καθόδου; Πώς ερμηνεύονται οι τιμές της έντασης για μηδενική τιμή της τάσης, για αρνητικές τιμές της τάσης;

Απ: Το διάγραμμα παριστάνει την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση μεταξύ ανόδου καθόδου στο κύκλωμα του σχήματος. Παρατηρήστε ότι **για τάση μηδέν έχουμε ρεύμα, που σημαίνει ότι τα φωτοηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με κινητική ενέργεια που τους επιτρέπει να κινηθούν μέχρι την άνοδο.**



Ρεύμα έχουμε και για τάσεις λίγο μικρότερες από το μηδέν. Τάση αρνητική, εδώ, σημαίνει ότι η άνοδος έχει μικρότερο δυναμικό από την κάθοδο. Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου - καθόδου παρεμποδίζει τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο να φτάσουν στην άνοδο. Εφόσον για κάποιες αρνητικές τιμές της τάσης έχουμε ρεύμα, η κινητική ενέργεια ορισμένων ηλεκτρονίων, όταν εξέρχονται από την κάθοδο, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να υπερνικήσουν το αντιτιθέμενο ηλεκτρικό πεδίο και να φτάσουν στην άνοδο.

Η τάση (V_0) στην οποία διακόπεται το ρεύμα ονομάζεται τάση αποκοπής. Το φαινόμενο δε μπορεί να εξηγηθεί μόνο από το γεγονός ότι το φως είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

6. Ερ: Τι είναι το έργο εξαγωγής;

Απ: Για να υπερνικήσει τις δυνάμεις που το συγκρατούν στο μέταλλο ένα ηλεκτρόνιο πρέπει να προσλάβει ένα ελάχιστο ποσό ενέργειας.

Η ενέργεια αυτή ονομάζεται έργο εξαγωγής και συμβολίζεται με ϕ . Το έργο εξαγωγής ποικίλει από μέταλλο σε μέταλλο.

7. Ερ : Σε ποιο αδιέξοδο έφτασε η Κλασική θεωρία στην προσπάθεια της να ερμηνεύσει την έξοδο των ηλεκτρονίων από το μέταλλο;

Απ: Το φως, ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, μεταφέρει ενέργεια, επομένως, είναι αναμενόμενο ότι τα ηλεκτρόνια κάποιου μετάλλου μπορούν να απορροφήσουν ενέργεια από το φως και να εξέλθουν από το μέταλλο.

Η κλασική θεωρία όμως δε μπόρεσε να ερμηνεύσει το γεγονός ότι η εξαγωγή ηλεκτρονίων από το μέταλλο και η κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται εξαρτάται από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Όχι από την ενέργεια που μεταφέρει η φωτεινή δέσμη που προσπίπτει στο μέταλλο, δηλαδή από την ένταση της ακτινοβολίας.

8.Ερ: Πως ο Einstein ερμήνευσε το φαινόμενο;

Απ: Το φαινόμενο ερμηνεύτηκε το 1905 από τον Einstein ο οποίος, επεκτείνοντας τις απόψεις του Planck, υπέθεσε ότι:

"Το φως αποτελείται από μικρά πακέτα ενέργειας, που ονομάζονται κβάντα φωτός ή φωτόνια"

Η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι : $E = hf$
όπου f η συχνότητά του και h η σταθερά του Planck.

Κατά τον Einstein, κάθε ένα φωτόνιο της δέσμης που φωτίζει την κάθοδο μεταδίδει όλη του την ενέργεια $E_\phi = hf$ σε ένα μόνο από τα ηλεκτρόνια του μετάλλου.

Αν η ενέργεια hf του φωτονίου είναι μικρότερη από το έργο εξαγωγής, το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να εγκαταλείψει το μέταλλο.

Εάν είναι μεγαλύτερη ή ίση με το έργο εξαγωγής ϕ το ηλεκτρόνιο εγκαταλείπει το μέταλλο με κινητική ενέργεια που υπολογίζεται από τη σχέση.

$$K = hf - \varphi$$

Φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein.

9. **Ερ:** Πως η Φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein ερμηνεύει πλήρως το φαινόμενο;

Απ: Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein ερμηνεύει όλα τα πειραματικά δεδομένα.

α. Για να εξέλθει ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο πρέπει:

$$E_{\varphi} = hf \geq \varphi$$

δηλαδή η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου να είναι μεγαλύτερη ή οριακά ίση με το έργο εξαγωγής.

Στην περίπτωση που:

$$hf_0 = \varphi \rightarrow f_0 = \frac{\varphi}{h}$$

Η συχνότητα f_0 λέγεται **συχνότητα κατωφλίου**.

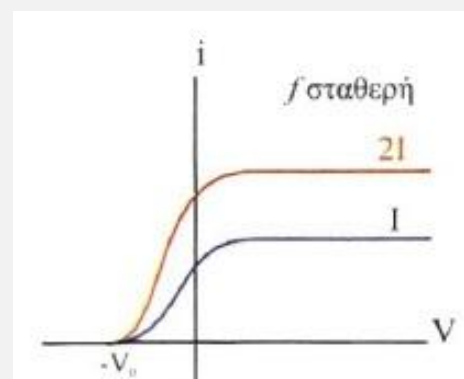
β. Αν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα κατωφλίου η αύξηση της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας συνεπάγεται αύξηση του αριθμού των φωτονίων που πέφτουν στην κάθοδο ανά μονάδα χρόνου και επομένως αύξηση του αριθμού των φωτοηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο στον ίδιο χρόνο.

Τέλος όπως φαίνεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, η κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια από κάποιο μέταλλο εξαρτάται μόνο από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Κινητική ενέργεια ηλεκτρονίου	Ενέργεια προσπίπτοντος φωτονίου	Έργο εξαγωγής
$1/2 m v^2$	$= hf$	$= \varphi$

10. **Ερ:** Ποιο είναι το διάγραμμα της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος για διάφορες τιμές της έντασης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με σταθερή συχνότητα.

Απ: Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται ότι αφού η συχνότητα είναι σταθερή και με τιμή $f \geq f_0$ έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η έξοδος των ηλεκτρονίων, όσο αυξάνομε την ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, τόσο αυξάνεται ο αριθμός των εξερχομένων ηλεκτρονίων



στην μονάδα του χρόνου. Δηλαδή η ένταση του ρεύματος.

11.Ερ: Πως υπολογίζεται η ορμή των φωτονίων;

Απ: Είδαμε ότι ένα σωματίο με μηδενική μάζα ηρεμίας - **τέτοιο είναι το φωτόνιο** - έχει ενέργεια:

$$E = pc$$

Όπου p = η ορμή του και c = ταχύτητα του φωτός.

Όμως είδαμε επίσης ότι η ενέργεια ενός φωτονίου είναι:

$$E = hf \rightarrow pc = hf \rightarrow$$

$$p = \frac{hf}{c}$$

Η αν χρησιμοποιήσουμε την σχέση: $c = \lambda f$ προκύπτει ότι :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

12.Ερ: Πως συμπεριφέρεται το φως στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο ;

Ποια η φυσική σημασία της εξίσωσης $p = \frac{h}{\lambda}$

Απ: Το φως στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συμπεριφέρεται **σαν ένα ρεύμα σωματιδίων (φωτονίων)**.

Σε άλλες περιπτώσεις όμως το **φως συμπεριφέρεται σαν κύμα** (π.χ. δίνει φαινόμενα συμβολής).

Η σχέση $p = \frac{h}{\lambda}$

είναι ιδιαίτερα σημαντική γιατί φωτίζει τη δυαδική φύση του φωτός. **Συνδέει μία καθαρά σωματιδιακή ιδιότητα, όπως η ορμή, με μια καθαρά κυματική ιδιότητα, όπως το μήκος κύματος.**

Ο σύνδεσμος μεταξύ τους είναι η σταθερά του Planck.

Το φαινόμενο Compton

1.Ερ: Τι είναι οι ακτίνες X ή ακτίνες Röntgen;

Απ: Το 1895 ο Wilhelm Röntgen (Ρέντγκεν) ανακάλυψε ότι όταν ένα

μέταλλο «βομβαρδιστεί» με ηλεκτρόνια που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Η ακτινοβολία αυτή ονομάστηκε ακτίνες X ή ακτίνες Röntgen.

Ακτίνες X χρησιμοποιούνται καθημερινά σήμερα για την λήψη κοινών ακτινογραφιών.

Οι ακτίνες X έχουν μήκη κύματος από 0,001nm, έως 1nm.



2. Ερ: Ποιος είναι ο μηχανισμός παραγωγής τους;

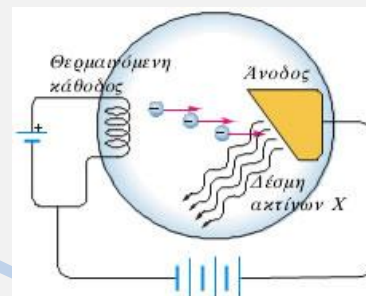
Απ: Ο μηχανισμός παραγωγής των ακτίνων X είναι ακριβώς ο αντίστροφος του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο μια μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρομαγνητικό κύμα και εκπέμπει ηλεκτρόνια.

Στις ακτίνες X η μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρόνια και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Όταν τα ηλεκτρόνια της δέσμης φτάνουν στην επιφάνεια του μετάλλου επιβραδύνονται απότομα.

Η επιβράδυνση αυτή συνοδεύεται από εκπομπή ακτινοβολίας, το φωτόνιο της οποίας θα έχει ενέργεια μικρότερη ή ίση με την ενέργεια του ηλεκτρονίου στο οποίο οφείλεται η εκπομπή του.



Υπάρχει και άλλη αιτία για την οποία εκπέμπεται ακτινοβολία από τη μεταλλική επιφάνεια.

Καθώς τα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα άτομα της επιφάνειας του μετάλλου τους μεταφέρουν ενέργεια.

Τα άτομα διεγείρονται, τα ηλεκτρόνια τους δηλαδή μεταφέρονται σε στιβάδες μεγαλύτερης ενέργειας.

Όταν αποδιεγείρονται, δηλαδή όταν τα ηλεκτρόνια επανέλθουν στην αρχική τους στιβάδα, εκπέμπουν στο περιβάλλον ενέργεια υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

3. Ερ: Τι είναι η σκέδαση Compton;

Απ: Η ύπαρξη φωτονίων επιβεβαιώθηκε πειραματικά το 1924 από τον Αμερικανό Arthur Holly Compton.

Ο Compton παρατήρησε ότι όταν ακτίνες X προσπίπτουν πάνω σε μια υλική επιφάνεια ένα μέρος τους εκτρέπεται από τα σωματίδια της ύλης (σκεδάζεται).

Ο Compton διαπίστωσε ότι το σκεδαζόμενο τμήμα της ακτινοβολίας έχει μήκος κύματος μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (μικρότερη συχνότητα άρα μικρότερη ενέργεια).

4. Ερ: Τι έδειξαν οι μετρήσεις του Compton;

Απ: Οι μετρήσεις του Compton έδειξαν ότι: η μεταβολή του μήκους κύματος ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη δέσμη εξαρτάται μόνο από τη γωνία ανάμεσα στις δύο δέσμες και μάλιστα υπακούει στη σχέση:

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$



Όπου:

λ' = το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης,

λ = το μήκος κύματος της προσπίπτουσας δέσμης,

m = η μάζα του ηλεκτρονίου

φ = η γωνία μεταξύ προσπίπτουσας και ανακλώμενης δέσμης.

Παρατήρηση: Ο παραπάνω τύπος αν θα χρειαστεί θα δίνεται.

5. Ερ: Γιατί απέτυχε η Κλασική θεωρία να ερμηνεύσει το φαινόμενο Compton;

Απ: Σύμφωνα με την κλασική θεωρία ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας f που προσπίπτει σ' ένα υλικό αναγκάζει τα ηλεκτρόνια του υλικού να ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και, επακόλουθα, να παράγουν με τη σειρά τους σαν μικρές κεραίες, ηλεκτρομαγνητικό κύμα της ίδιας συχνότητας f .

Η κλασική θεωρία, λοιπόν, θα περίμενε η σκεδαζόμενη δέσμη να έχει την ίδια συχνότητα και, αντίστοιχα, ίδιο μήκος κύματος με την προσπίπτουσα δέσμη.

6. Ερ: Πως ερμήνευσε το φαινόμενο η Κβαντική μηχανική;

Απ: Τα πράγματα φωτίζονται αν δούμε την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία ως ρεύμα φωτονίων.

Δηλαδή σωματίων με μηδενική μάζα ηρεμίας που μεταφέρουν ενέργεια και ορμή.

Τότε το πρόβλημα της σκέδασης της ακτινοβολίας μετατρέπεται σε πρόβλημα κρούσης ανάμεσα σ' ένα φωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο.

7. Ερ: Πως εφαρμόζεται η Αρχή της Διατήρησης της Ενέργειας στη σκέδαση Compton

Απ: Ας υποθέσουμε ότι ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ συγκρούεται μ' ένα πρακτικά ακίνητο ηλεκτρόνιο. Μετά τη σκέδαση το φωτόνιο κινείται σχηματίζοντας γωνία φ με την αρχική διεύθυνση κίνησης και έχοντας χάσει τμήμα της αρχικής του ενέργειας αφού ένα μέρος της αρχικής του ενέργειας θα μεταφερθεί στο ηλεκτρόνιο.

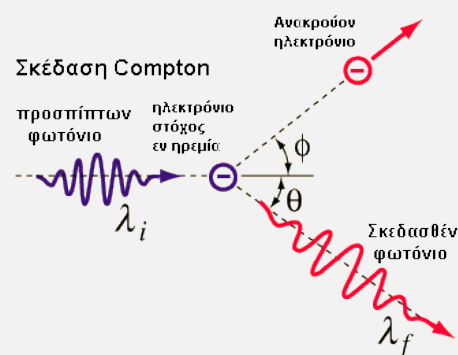
Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα έχει μετατραπεί σε φωτόνιο μήκους κύματος λ' με $\lambda' > \lambda$.

Κατά τη διάρκεια της σκέδασης πρέπει να διατηρούνται η ενέργεια και η ορμή του συστήματος.

Προσπίπτον φωτόνιο (πριν την κρούση) : $P_{αρχ(φ)} = \frac{h}{\lambda}$ και $E_{αρχ(φ)} = h \frac{c}{\lambda}$

Ηλεκτρόνιο σε ηρεμία(πριν την κρούση): $P_{αρχ(e)} = 0$ και $E_{αρχ(e)} = 0$

Σκεδαζόμενο φωτόνιο (μετά την κρούση) : $P_{τελ(φ)} = \frac{h}{\lambda'}$ και $E_{τελ(φ)} = h \frac{c}{\lambda'}$



Ηλεκτρόνιο μετά την σκέδαση (μετά την κρούση): $P_{τελ(e)}$ και $E_{τελ(e)} = K_{τελ(e)}$

Αν εφαρμόσουμε την Αρχή της Διατήρησης της Ενέργειας στη σκέδαση:

$$E_{αρχ(φ)} + E_{αρχ(e)} = E_{τελ(φ)} + K_{τελ(e)} \rightarrow h\frac{c}{\lambda} + 0 = h\frac{c}{\lambda'} + K_{τελ(e)}$$

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda'} + K_{τελ(e)}$$

Η Κυματική Φύση της Ύλης

1. **Ερ:** Ποια είναι η υπόθεση de Broglie για την κυματική φύση της ύλης;

Απ: Είκοσι περίπου χρόνια μετά την υπόθεση του Einstein ότι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, όπως το φως, έχει σωματιδιακή υπόσταση, το 1924, ο Γάλλος Louis de Broglie (Λουί ντε Μπρολί) πιστεύοντας στη **συμμετρία της φύσης έθεσε το αξίωμα ότι οποιοδήποτε σωματίο ορμής p είναι συνδεδεμένο με ένα κύμα μήκους κύματος λ που δίνεται από τη σχέση:**

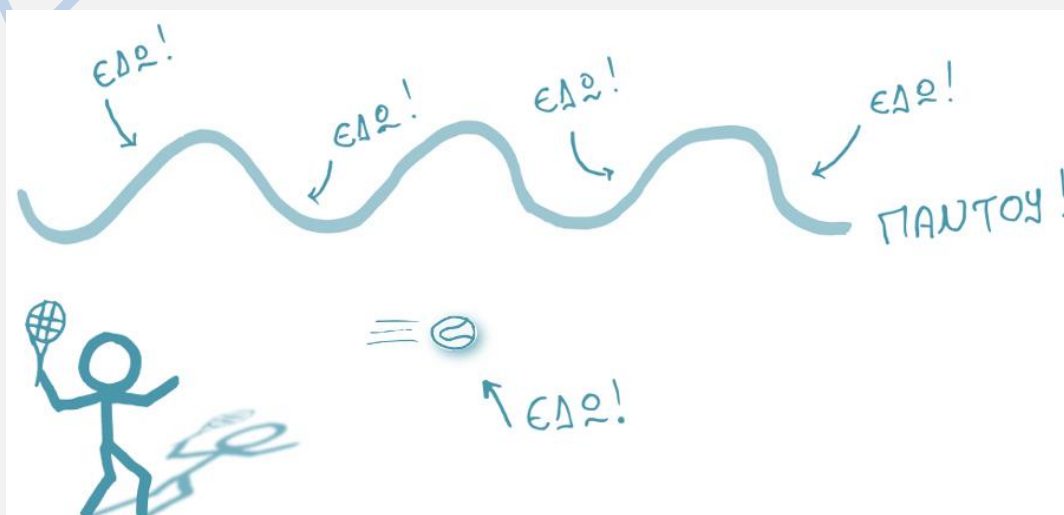
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Η υπόθεση de Broglie δεν άργησε να επαληθευθεί.

Το 1927, στην Αμερική, οι Davisson και Germer διαπίστωσαν ότι μία δέσμη ηλεκτρονίων που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα περιθλάται με τρόπο ανάλογο με αυτόν που περιθλάται μια δέσμη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μια δέσμη ακτίνων X για παράδειγμα.

Σύντομα, νέα πειράματα έδειξαν ότι **κυματική συμπεριφορά παρουσιάζουν και δέσμες σωματιδίων α και δέσμες νετρονίων.**

Τα αποτελέσματα ήταν τέτοια που δεν άφηναν κανένα περιθώριο να αμφισβητηθεί ότι τα σωματία έχουν και κυματική φύση.



Η Αρχή της Αβεβαιότητας

1.Ερ: Ποιο σημαντικό πρόβλημα προκύπτει στην Κλασική μηχανική από την διπλή οντότητα της ύλης δηλαδή την σωματιδιακή - κυματική;

Απ: Ένα σωματίδιο, όπως το αντιλαμβάνονται οι **Κλασικοί φυσικοί**, είναι κάτι του οποίου **η θέση στο χώρο ήταν αυστηρά προσδιορισμένη.**

Αντίθετα, **ένα κύμα εκτείνεται στο χώρο.**

Ένα σωματίδιο με κυματική συμπεριφορά πού βρίσκεται;

2.Ερ: Ποια είναι η απάντηση της Κβαντικής Μηχανικής στο ερώτημα:

Ένα σωματίδιο με κυματική συμπεριφορά που βρίσκεται ;

Απ: Η απάντηση της κβαντικής θεωρίας, όσο κι αν μας σοκάρει, είναι:

«Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε πού ακριβώς βρίσκεται.»

3.Ερ: Πως εμφανίζεται η αβεβαιότητα στην θέση (Δx) σε ένα σωματίδιο με κυματική συμπεριφορά;

Απ: Ας θεωρήσουμε ένα σωματίδιο που έχει κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή ορμή p παράλληλη στον άξονα των x .

Σύμφωνα με την υπόθεση de Broglie και τη σχέση:

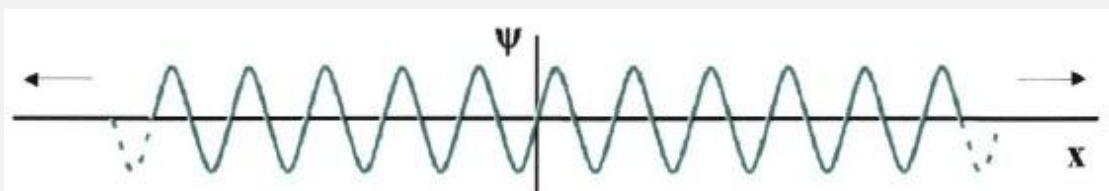
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

εάν γνωρίζουμε επακριβώς την ορμή του σωματιδίου αυτό θα συνδέεται και με ένα κύμα με επακριβώς ορισμένο μήκος κύματος λ .

Η εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο ενός τέτοιου κύματος στο χώρο τη χρονική στιγμή ($t=0$) είναι:

$$\Psi = A \eta \mu \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Η γραφική της παράσταση είναι αυτή του σχήματος:



Τι παρατηρούμε;

Το στιγμιότυπο εκτείνεται από το $(-\infty)$ έως το $(+\infty)$.

Πού βρίσκεται το σωματίδιο που είναι συνδεδεμένο με αυτό το κύμα;

Μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε από το $(-\infty)$ έως το $(+\infty)$.

Σαν να συμβαίνει μια “καταστροφή” της θέσης.

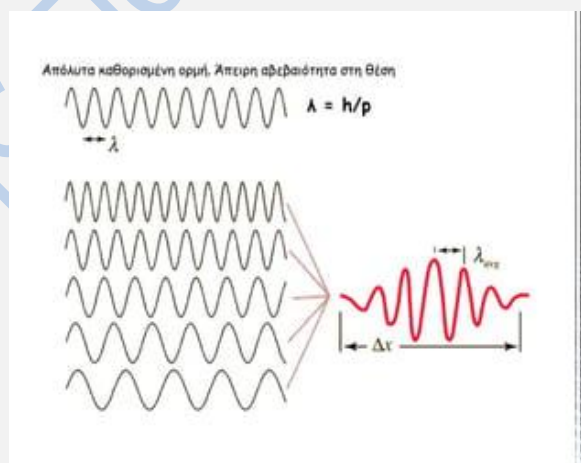
Η αβεβαιότητα της θέσης.



4. Ερ: Για να μην “καταστραφεί” εντελώς η σωματιδιακή εικόνα τι κάνει η Κβαντική Μηχανική; Τι είναι τα κυματοπακέτα;

Απ: Για να μη καταστρέψουμε εντελώς τη σωματιδιακή εικόνα χρειαζόμαστε κύματα περιορισμένα στο χώρο. Θα ονομάζουμε αυτά τα κύματα **κυματοπακέτα**.

Μπορούμε να φτιάξουμε και να περιγράψουμε μαθηματικά οποιαδήποτε κυματομορφή με τη μέθοδο της υπέρθεσης συνδυάζοντας κατάλληλα διάφορα κύματα με επιλεγμένα μήκη κύματος πλάτη και φάσεις.



Υπάρχει όμως κάποιος περιορισμός.

Όσο πιο εντοπισμένο στο χώρο (πιο σωματιδιακό) θέλουμε να είναι το κυματοπακέτο τόσο περισσότερα και πιο διασκορπισμένα μήκη κύματος πρέπει να χρησιμοποιήσουμε (**σχήμα**).

Πληρώνουμε δηλαδή τον εντοπισμό της θέσης του σωματιδίου-κύματος με απροσδιοριστία στο μήκος κύματος που του αντιστοιχίζουμε

και κατ' επέκταση στην ορμή του $p = \frac{h}{\lambda}$.

5. Ερ: Πως ο Heisenberg κωδικοποίησε τα παραπάνω διατυπώνοντας την **Αρχή της Αβεβαιότητας** (ή Απροσδιοριστίας);

Απ: Η αδυναμία μας να προσδιορίσουμε επακριβώς ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου **δεν οφείλεται σε πειραματικές ατέλειες**.

Είναι σύμφυτη με την ίδια την κβαντική δομή της ύλης.

Ο Heisenberg το 1927 κωδικοποίησε τα παραπάνω διατυπώνοντας την **Αρχή της Αβεβαιότητας** (ή απροσδιοριστίας) με τη σχέση:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$$

“Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια”.

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι τα σύμβολα Δx και Δp_x δεν σημαίνουν τη μεταβολή των μεγεθών αλλά το εύρος της αβεβαιότητας με την οποία γνωρίζουμε τα μεγέθη.

Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για τις άλλες διευθύνσεις:

$$\Delta p_y \Delta y \geq \frac{h}{2\pi} \quad \text{και} \quad \Delta p_z \Delta z \geq \frac{h}{2\pi}$$

6. **Ερ:** Πως διατυπώνεται η Αρχή της Αβεβαιότητας του Heisenberg στην **μέτρηση της Ενέργειας**.

Απ : “Η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με τον χρόνο που το σύστημα παραμένει σ’ αυτή την κατάσταση”.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \geq \frac{h}{2\pi \Delta t}$$

Δηλαδή όλες οι μετρήσεις ενέργειας περιέχουν μια αβεβαιότητα, εκτός αν διαθέτουμε για τη μέτρηση άπειρο χρόνο.

7. **Ερ:** Πως εμφανίζεται η Αρχή της Αβεβαιότητας του Heisenberg στην στα **διεγερμένα** άτομα;

Σε ένα διεγερμένο άτομο ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια βρίσκονται στη θεμελιώδη τους κατάσταση, αλλά σε κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας. δε

Όταν ένα τέτοιο ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει στη θεμελιώδη του κατάσταση, εκπέμπει ένα φωτόνιο ενέργειας hf , ίσης με τη διαφορά ενέργειας των δύο καταστάσεων στις οποίες βρέθηκε.

Ένα διεγερμένο άτομο εκπέμπει ακτινοβολία όταν ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια που δεν βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση επιστρέψουν σ’ αυτή.

Σε κάθε τέτοιο «κβαντικό άλμα» εκπέμπεται ένα φωτόνιο.

Η μελέτη των φασμάτων εκπομπής δείχνει ότι οι φασματικές γραμμές δεν είναι αυστηρά καθορισμένες αλλά η κάθε μια εμφανίζει ένα φυσικό εύρος.

Το εύρος των φασματικών γραμμών μπορεί να εξηγηθεί με την Αρχή της Αβεβαιότητας.

Ένα διεγερμένο άτομο μπορεί να εκπέμψει ένα φωτόνιο οποιαδήποτε στιγμή στο χρονικό διάστημα από **μηδέν μέχρι άπειρο**.

Ο μέσος χρόνος στον οποίο ένας μεγάλος αριθμός διεγερμένων ατόμων εκπέμπει ακτινοβολία είναι της τάξης του 10^{-8} s.

Από τη σχέση:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \geq \frac{h}{2\pi\Delta t} \rightarrow h\Delta f \geq \frac{h}{2\pi\Delta t} \rightarrow$$

$$\Delta f \geq \frac{1}{2\pi\Delta t}$$

Αν αντικαταστήσουμε τον χρόνο : $\Delta t = 10^{-8}$ s.

Προκύπτει ότι :

$$\Delta f \geq 1.6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

Άρα το ελάχιστο εύρος της φασματικής γραμμής είναι:

$$\Delta f_{\max} = 1.6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

Η Κυματοσυνάρτηση και η Εξίσωση Schrödinger (Σρέντινγκερ)

1. **Ερ:** Πως μπορεί να περιγραφεί ένα υποατομικό σωματίδιο στον χώρο;

Απ: Είδαμε ότι ένα υποατομικό σωματίδιο, για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να περιγραφεί σαν υλικό σημείο, με τρεις συντεταγμένες στο χώρο διότι ορισμένες συνθήκες συμπεριφέρεται σαν κύμα.

Για την περιγραφή του χρειαζόμαστε μία **Κυματοσυνάρτηση**.

Η **Κυματοσυνάρτηση** είναι μια εξίσωση ανάλογη με την εξίσωση κύματος που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή ενός μηχανικού ή ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Την **Κυματοσυνάρτηση** αυτή θα τη συμβολίζουμε με Ψ .

Η **Κυματοσυνάρτηση** είναι μία συνάρτηση της θέσης και του χρόνου:

$$\Psi = \Psi (x, y, z, t)$$

2. **Ερ:** Ποια είναι η Φυσική σημασία της **Κυματοσυνάρτησης**;

Απ: Στα **Μηχανικά κύματα** η εξίσωση κύματος μας δίνει για κάθε χρονική στιγμή τη θέση κάθε σημείου του υλικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα.

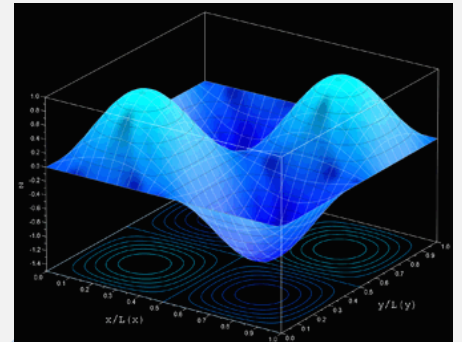
Στα **Ηλεκτρομαγνητικά κύματα** οι εξισώσεις κύματος που τα περιγράφουν μας δίνουν για κάθε χρονική στιγμή την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου στον οποίο διαδίδεται το κύμα.

Η **Κυματοσυνάρτηση (Ψ)** όμως που περιγράφει ένα σωματίδιο-κύμα **δεν σχετίζεται με κάποιο μέσον διάδοσης ούτε με κάποιες ιδιότητες του χώρου.**

Είναι δύσκολο να της αποδώσουμε κάποια φυσική σημασία.

Μπορούμε μόνο **να περιγράψουμε πώς σχετίζεται με τα φυσικά παρατηρούμενα φαινόμενα.**

Για κάποιο **συγκεκριμένο σημείο**, για μια **ορισμένη χρονική στιγμή** η Κυματοσυνάρτηση θα έχει μια **συγκεκριμένη τιμή.**



3. Ερ: Πως ορίζεται η πιθανότητα θέσης ανά μονάδα όγκου;

Απ: Ο Max Born πρότεινε να ερμηνεύσουμε **το τετράγωνο του μέτρου της Κυματοσυνάρτησης** σαν την **πιθανότητα θέσης ανά μονάδα όγκου.**

Δηλαδή, αν ορίσουμε έναν στοιχειώδη όγκο (dV) γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο (x, y, z) το γινόμενο ($|\Psi|^2 dV$) δίνει την πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο μέσα **στον** όγκο (dV) στη δεδομένη χρονική στιγμή.

4.Ερ: Ποια είναι η **Συνθήκη κανονικοποίησης**;

Απ: Αν χωρίσουμε το σύνολο του χώρου σε στοιχειώδεις όγκους (dV) και σε κάθε σημείο του χώρου βρούμε την τιμή της (Ψ) για κάποια χρονική στιγμή το άθροισμα των γινομένων ($|\Psi|^2 dV$) πρέπει να είναι **ίσο με τη μονάδα.**

Η πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο κάπου στο χώρο είναι ίση με τη μονάδα.

Με απλά λόγια: **Κάθε χρονική στιγμή το σωματίδιο σίγουρα βρίσκεται κάπου.**

$$\sum |\Psi|^2 dV = 1$$

Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την διάσταση που έδωσε ο Born στο $|\Psi|^2$ και ονομάζεται **Συνθήκη κανονικοποίησης.**

Εάν η **Κυματοσυνάρτηση είναι σωστή** πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη κανονικοποίησης.