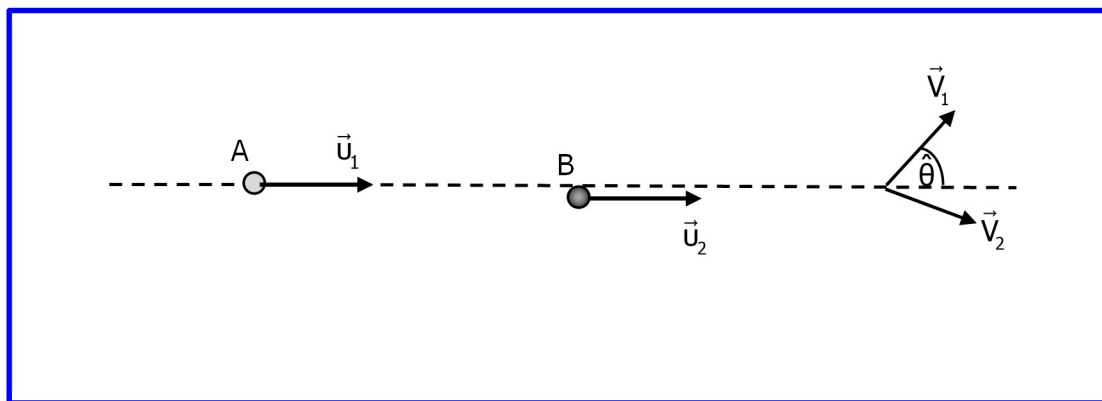


Ελαστική κρούση και μέγιστη γωνία εκτροπής

Σφαιρίδιο A μάζας $m_1=0,02\text{Kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1=12\text{m/s}$ συγκρούεται ελαστικά μη κεντρικά με σφαιρίδιο B μάζας $m_2=0,04\text{Kg}$ που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u_2=4\text{m/s}$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Τα σφαιρίδια είναι λεία και δεν στρέφονται. Για τη μέγιστη γωνία απόκλισης του σφαιριδίου A μετά την κρούση $\hat{\theta}_{\max}$ ισχύει



α. $\eta\mu\hat{\theta}_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

β. $\eta\mu\hat{\theta}_{\max} = 0,8$

γ. $\eta\mu\hat{\theta}_{\max} = \frac{1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση

β.

Το κέντρο μάζας (cm) του συστήματος των δύο σφαιριδίων βρίσκεται πλησιέστερα στο σφαιρίδιο B και έχει ταχύτητα της ίδιας κατεύθυνσης με αυτών των σφαιριδίων της οποίας το μέτρο ως προς ακίνητο αδρανειακό παρατηρητή (έδαφος) είναι:

$$u_{\text{cm}} = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow u_{\text{cm}} = \frac{0,02 \cdot 12 + 0,04 \cdot 4}{0,02 + 0,04} \Rightarrow u_{\text{cm}} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad (1)$$

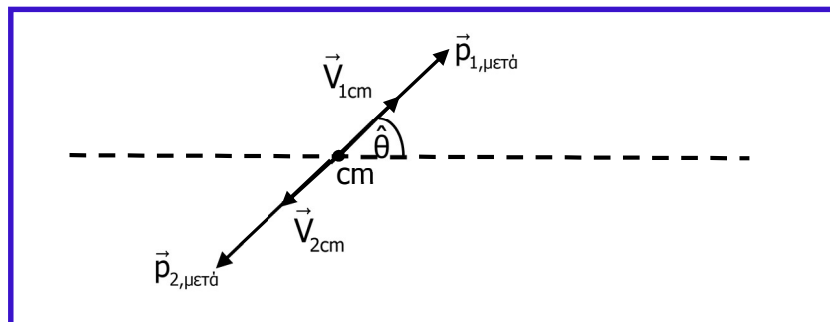
Αν $\vec{u}_{1\text{cm}}$ και $\vec{u}_{2\text{cm}}$ είναι οι ταχύτητες των σφαιριδίων A και B αντίστοιχα ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας, \vec{u}_1 και \vec{u}_2 είναι οι ταχύτητες των σφαιριδίων A και B αντίστοιχα ως προς τον ακίνητο παρατηρητή (έδαφος), τότε: $\vec{u}_{1\text{cm}} = \vec{u}_1 - \vec{u}_{\text{cm}} \Rightarrow u_{1\text{cm}} = 12 - \frac{20}{3} \Rightarrow u_{1\text{cm}} = \frac{16 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad (2)$ και

$\vec{u}_{2\text{cm}} = \vec{u}_2 - \vec{u}_{\text{cm}} \Rightarrow u_{2\text{cm}} = 4 - \frac{20}{3} \Rightarrow u_{2\text{cm}} = -\frac{8 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad (3)$ (το σφαιρίδιο B κινείται προς τα αριστερά στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας).

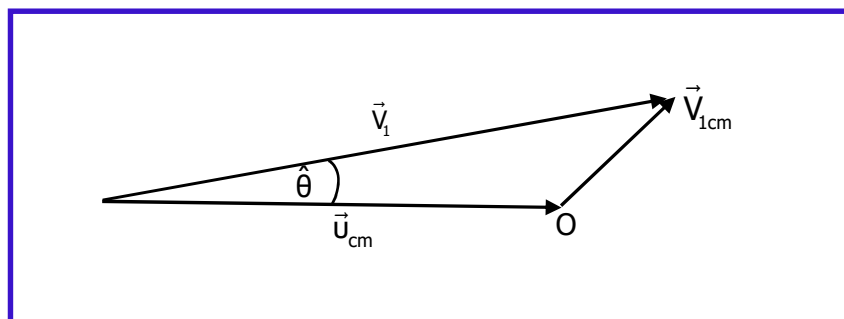
Η ταχύτητα του κέντρου μάζας u_{cm} ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας είναι

$u_{cm}=0$, επομένως και η ορμή του συστήματος είναι 0, επειδή το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο ($\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0$), η ορμή του συστήματος διατηρείται 0 και μετά την ελαστική κρούση. Άρα, οι ορμές τους είναι αντίθετες και επειδή η κρούση είναι ελαστική, οι ταχύτητες των σφαιριδίων ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας μετά την κρούση έχουν το ίδιο μέτρο, αλλά μπορούν να έχουν διαφορετικές διευθύνσεις, αρκεί να διατηρείται μηδενική η ορμή του συστήματος στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

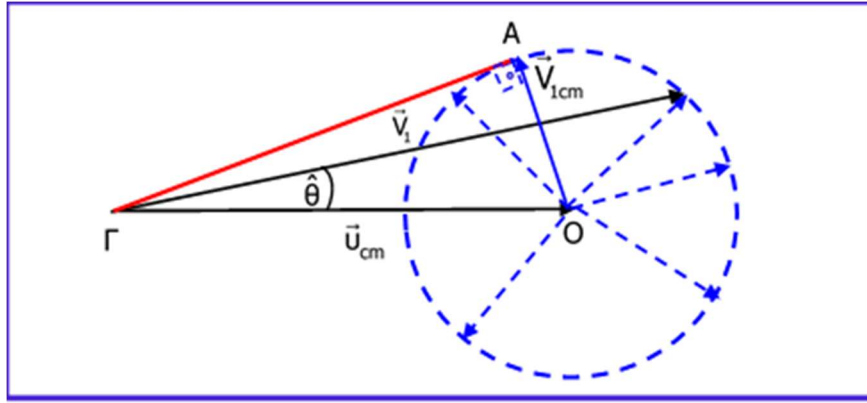
Αν \vec{V}_{1cm} και \vec{V}_{2cm} είναι οι ταχύτητες των σφαιριδίων A και B αντίστοιχα μετά την κρούση ως προς το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας (cm), τότε μετά την ελαστική κρούση μια απεικόνιση της κίνησης των σφαιριδίων θα μπορούσε να είναι αυτή του επόμενου σχήματος:



Αν \vec{V}_1 και \vec{V}_2 είναι οι ταχύτητες των σφαιριδίων A και B αντίστοιχα μετά την κρούση ως προς το σύστημα αναφοράς του ακίνητου παρατηρητή (έδαφος), τότε : $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1cm} + \vec{u}_{cm}$. Η διανυσματική άθροιση απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα:



Το διάνυσμα \vec{u}_{cm} από τη σχέση **(1)** έχει σταθερό μέτρο $u_{cm} = \frac{20}{3} \frac{m}{s}$, το διάνυσμα \vec{V}_{1cm} έχει επίσης σταθερό μέτρο $V_{1cm} = u_{1cm} = \frac{16}{3} \frac{m}{s}$ **(2)** και μπορεί να έχει οποιαδήποτε διεύθυνση διαγράφοντας έναν κύκλο ακτίνας V_{1cm} κέντρου O, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα :



Όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα, το διάνυσμα \vec{V}_1 τέμνει τον κύκλο ακτίνας V_{1cm} , η μεγιστοποίηση της γωνίας γίνεται όταν το διάνυσμα \vec{V}_1 είναι εφαπτόμενο στον κύκλο. Τότε, από το

ορθογώνιο τρίγωνο $\Gamma \hat{A} O$: $\eta\mu\hat{\theta}_{\max} = \frac{V_{1cm} \text{ (1)}}{u_{cm} \text{ (3)}} \Rightarrow \eta\mu\hat{\theta}_{\max} = \frac{16}{\frac{3}{20}} \Rightarrow \eta\mu\hat{\theta}_{\max} = 0,8.$

Ξ. Στεργιάδης