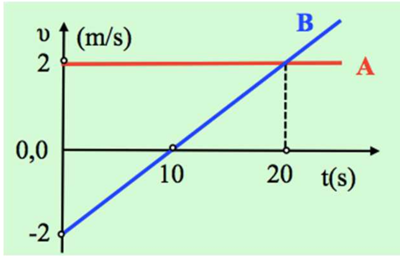
Rit#&49265 φγφγφΔυο παιδιά περπατούν



Δυο παιδιά, ο Άγγελος (Α) και ο Βαλέριος (Β), κινούνται σε έναν ευθύγραμμο δρόμο και σε μια στιγμή $t_0=0$ περνούν από ένα σημείο Ο, το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x ($x_O=0$), με θετική φορά προς τα δεξιά. Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα καθενός παιδιού, σε συνάρτηση με το χρόνο.

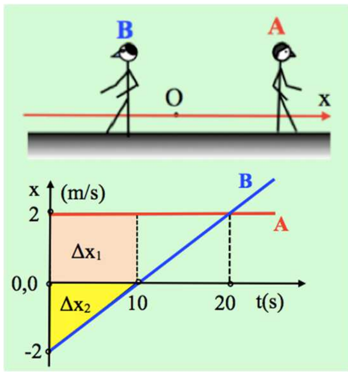
i) Να βρεθούν οι θέσεις των δύο παιδιών και η απόσταση μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t_1=10s$.

ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του Βαλέριου είναι ίση με $υ_2=+0,4m/s$; Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών τη στιγμή αυτή;

iii) Αφού βρείτε (και δικαιολογήσετε) ποια χρονική στιγμή τα δυο παιδιά απέχουν την μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους, να υπολογιστεί η μέγιστη αυτή απόσταση, για το χρονικό διάστημα που προηγείται ο Άγγελος.

iv) Να βρείτε μια συνάρτηση *d=f(t)* που δίνει την απόσταση των δύο παιδιών σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση, στο χρονικό διάστημα από 0-25s.

Απάντηση:



Με βάση τις αρχικές ταχύτητες των δύο παιδιών, καταλαβαίνουμε ότι ο Άγγελος περπατά με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά, ενώ ο Βαλέριος με μεταβαλλόμενη κίνηση, προς τα αριστερά.

i) Από τα αντίστοιχα εμβαδά στα χωρία του σχήματος, υπολογίζουμε την μετατόπιση (εδώ και την θέση αφού $x_0=0$) τη χρονική στιγμή t_1:

$$\Delta x_1 = x_{A,1} = \beta\upsilon = 2\cdot 10m = 20m$$

$$\Delta x_2 = x_{B,1} = \frac{1}{2}\beta\upsilon = \frac{1}{2}\left(-10\right)\cdot 2 = -10m$$

Συνεπώς η απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών είναι:

$$d_1 = x_{A,1} - x_{B,1} = 20m - \left(-10m\right) = 30m$$

ii) Η κλίση της ευθείας που παριστά την ταχύτητα του Βαλέριου σε συνάρτηση με το χρόνο, μας δίνει την επιτάχυνση. Η κλίση αυτη είναι σταθερή, συνεπώς η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=10s} \alpha = \frac{0-\left(-2\right)}{10} m/s^2 = 0,2m/s^2$$

Συνεπώς για την κίνηση του Βαλέριου ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon_B = \upsilon_o + \alpha t \ (1) \quad \kappa\alpha\iota \ \Delta x_B = x_B = \upsilon_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \ (2)$$

Λύνοντας την πρώτη εξίσωση ως προς το χρόνο, βρίσκουμε:

$$\upsilon_B = \upsilon_o + \alpha t \rightarrow \alpha t = \upsilon_B - \upsilon_o \rightarrow$$
$$t_2 = \frac{\upsilon_B - \upsilon_o}{a} = \frac{0,4-(-2)}{0,2}s = 12s$$

Ο Άγγελος κινείται ευθύγραμμα ομαλά και τη στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση:

$$\Delta x_A = x_{A,2} = \upsilon_1 t_2 = 2 \cdot 12m = 24m$$

Ενώ για τον Βαλέριο αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση (2), παίρνουμε:

$$\Delta x_{B,2} = x_{B,2} = \upsilon_o t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 = (-2) \cdot 12m + \frac{1}{2}0,2 \cdot 12^2 m = -9,6m$$

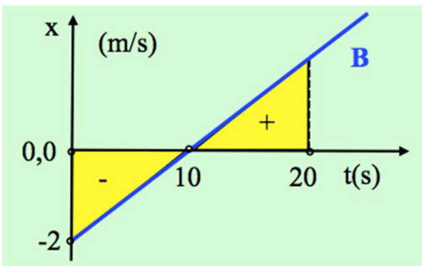
Συνεπώς η νέα απόστασή τους είναι:

$$d_2 = x_{A,2} - x_{B,2} = 24m - (-9,6m) = 33,6m$$

iii) Αν παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα για τις παραπάνω αποστάσεις d_1 και d_2 θα δούμε ότι $d_2 > d_1$ παρότι ο Βαλέριος σταμάτησε να περπατά προς τα αριστερά και άρχισε να κινείται και αυτός προς τα δεξιά, στην κατεύθυνση του Άγγελου. Αλλά επειδή η ταχύτητά του είναι μικρότερη από αυτή του Άγγελου, η απόσταση μεταξύ τους μεγαλώνει. Και θα μεγαλώνει για όσο χρονικό διάστημα ο Βαλέριος κινείται πιο αργά από τον Άγγελο. Αλλά τότε η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών θα είναι τη στιγμή όπου εξισώνονται οι δυο ταχύτητες (στη συνέχεια ο Βαλέριος θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από τον Άγγελο και η απόστασή τους θα μικραίνει), δηλαδή τη στιγμή t_3=20s. Για τη στιγμή αυτή, θα έχουμε:

$$\Delta x_{A,3} = x_{A,3} = \upsilon_1 t_3 = 2 \cdot 20m = 40m$$

$$\Delta x_{B,3} = x_{B,3} = \upsilon_o t_3 + \frac{1}{2}at_3^2 = (-2) \cdot 20m + \frac{1}{2}0,2 \cdot 20^2 m = 0$$



Εναλλακτικά, με βάση τα δυο εμβαδά του σχήματος, όπου έχουμε δύο ίσα τρίγωνα, προκύπτει ότι $\Delta x_{\square,3}$=0. Αλλά τότε:

$$d_{max} = x_{A,3} - x_{B,3} = 40m - 0m = 40m$$

iv) Για μια τυχαία στιγμή t η απόσταση των δύο παιδιών, θα δίνεται από την σχέση:

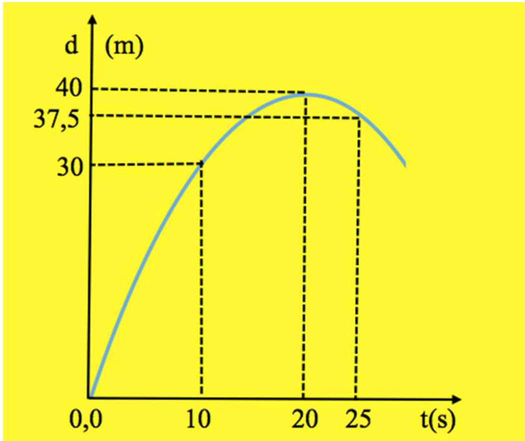
$$d = x_A - x_B = \left(\upsilon_1 t\right) - \left(\upsilon_{o,2} t + \frac{1}{2} a t^2\right) = \upsilon_1 t - \upsilon_{o,2} t - \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{\alpha\nu\tau\iota\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\sigma\tau\alpha\sigma\eta}$$

$$d = 2t - \left(-2\right) t - \frac{1}{2} 0{,}2 t^2 \rightarrow$$

$$d = 4t - 0{,}1 t^2$$

Η παραπάνω συνάρτηση παριστά μια παραβολή με τα κοίλα κάτω, οπότε δίνοντας χαρακτηριστικές τιμές στο χρόνο, συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα, σχεδιάζοντας δίπλα την γραφική περάσταση:

t (s)	d (m)
0	0
10	30
12	33,6
20	40
25	37,5



dmargaris@gmail.com