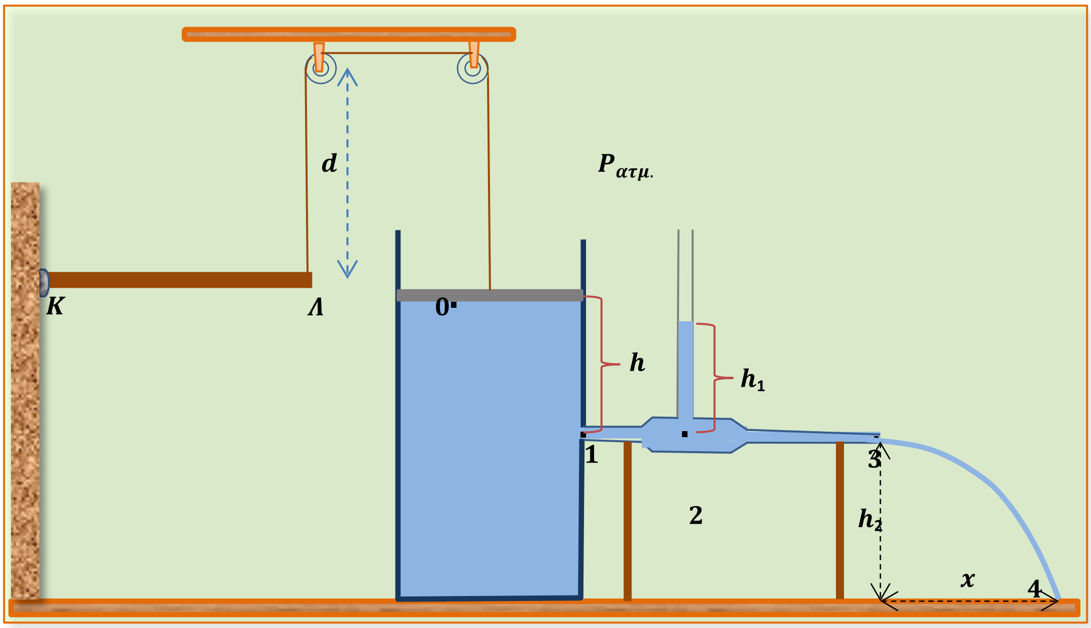
Έλεγχος ροής



Στο σχήμα απεικονίζεται μια διάταξη που περιλαμβάνει: Δοχείο με νερό που κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο κυκλικής διατομής και εμβαδού **$A_ε$=0,2m²**, βάρους **$W_ε$=500N** , μικρή οπή στη θέση 1 διατομής **A_1=1cm²** , που απέχει από το έμβολο απόσταση **h=1,23m** ,και στην οποία έχει προσαρμοστεί σωλήνας , ο οποίος στη θέση 2 έχει διατομή εμβαδού **A_2=2cm²** που καταλήγει στη θέση 3 στην ατμόσφαιρα με **A_3=0,5cm²** . Το νερό πέφτει στο έδαφος στη θέση 4, από ύψος **h_2=0,8m** και σε οριζόντια απόσταση **x=1,2m** .

Στο κέντρο του εμβόλου είναι δεμένο μη ελαστικό νήμα ,αμελητέας μάζας, που διέρχεται από τις δύο τροχαλίες αμελητέας μάζας, και καταλήγει στο άκρο Λ ράβδου ΚΛ, βάρους **W=200N** και μήκους **L=2m** που είναι αρθρωμένη στον τοίχο στο άκρο της Κ, και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές.

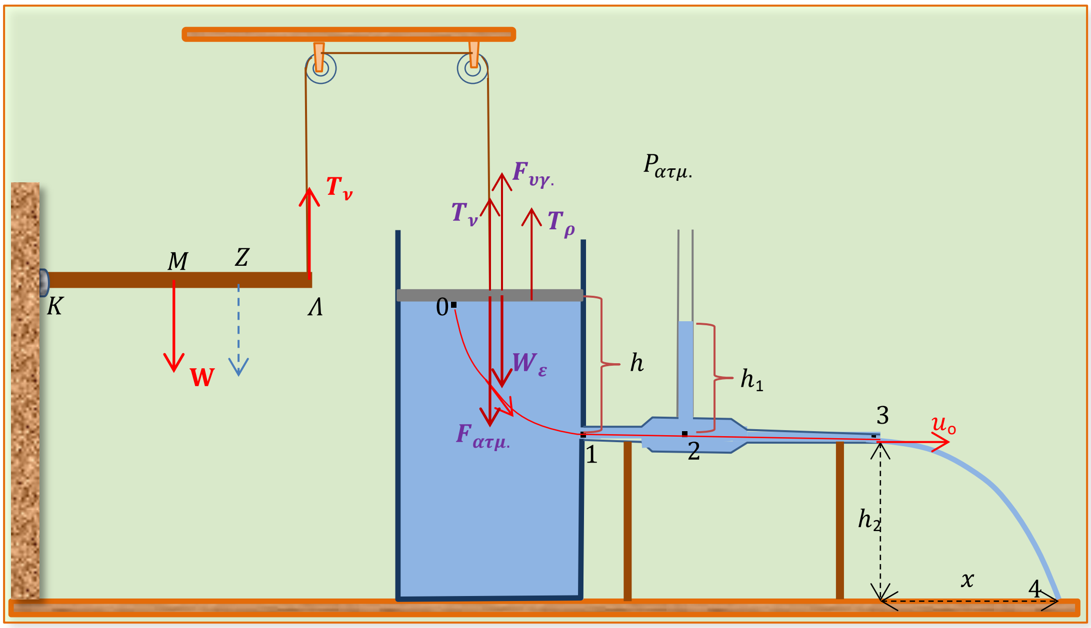
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση **$P_{ατμ.}$=10^5N/m²** και **g=10 m/s² , d=1.6m , ρ=1000kg/m³.** Θεωρείστε το νερό ιδανικό υγρό και ότι το ύψος h παραμένει σταθερό. Υπολογίστε

1. τη δύναμη της τριβής $T_ρ$ που δέχεται το έμβολο από τα τοιχώματα.
2. το ύψος h_1 του νερού στον λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, που συνδέεται στο σωλήνα ροής στο σημείο 2 .
3. την πίεση στο σημείο 1 .
4. Την κατακόρυφη δύναμη F που πρέπει να ασκήσουμε στη ράβδο σε σημείο Ζ που απέχει από το Κ απόσταση (ΚΖ)=3L/4 , ώστε να σταματήσουμε τη ροή του νερού.

Αφήνουμε ελεύθερη τη ροή , οπότε κάποια στιγμή η ράβδος σχηματίζει γωνία θ: **συνθ=0,8 , ημθ=0,6** με το οριζόντιο επίπεδο. Για εκείνη τη στιγμή υπολογίστε

5. την οριζόντια απόσταση x' που θα βρει η φλέβα το έδαφος.

Απαντήσεις



1. Από την οριζόντια βολή μιας στοιχειώδους μάζας του νερού από το σημείο 3 στο 4 έχουμε: $h_2 = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0.8}{10}} = 0.4s \Rightarrow u_o = \frac{x}{t} = \frac{1.2}{0.4} = 3\,m/s$

   Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από το σημείο (0) ακριβώς κάτω από το έμβολο έως το σημείο (3):

$$P_{(0)} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\varepsilon^2 + \rho g h = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho u_o^2 + 0$$

   Ο ρυθμός με τον οποίο κατέρχεται η επιφάνεια του νερού (ταχύτητα εμβόλου), είναι ίση με την παροχή Π, άρα $A_\varepsilon \cdot \upsilon_\varepsilon = A_3 \cdot \upsilon_o \Rightarrow \upsilon_\varepsilon = \frac{A_3}{A_\varepsilon}\cdot \upsilon_o = \frac{0{,}5\cdot 10^{-4}}{0{,}2}\cdot \upsilon_o = \frac{\upsilon_o}{4000} \ll \upsilon_o \Rightarrow \upsilon_\varepsilon \cong 0$

   Άρα $P_{(0)} = P_{\varepsilon\mu\beta.} = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho u_o^2 - \rho g h$

   Ισορροπία ράβδου: $\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_\nu \cdot L - W \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow T_\nu = \frac{W}{2} = 500N$

   Ισορροπία εμβόλου : $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - F_{\upsilon\gamma.} - T_\nu - T_\rho = 0 \Rightarrow$

$$T_\rho = F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - F_{\upsilon\gamma.} - T_\nu = P_{\alpha\tau\mu.}\cdot A + W_\varepsilon - P_{(0)}\cdot A - T_\nu \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_\rho} = P_{\alpha\tau\mu.}\cdot A + W_\varepsilon - P_{\alpha\tau\mu.}\cdot A - \frac{1}{2}\rho u_o^2 \cdot A + \rho g h A - T_\nu \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_\rho} = W_\varepsilon + \rho g h A - \frac{1}{2}\rho u_o^2 \cdot A - \frac{W}{2} = 500 + 2.460 - 900 - 100 \Rightarrow \boldsymbol{T_\rho = 1.960N}$$

2. Από το νόμο της συνέχειας για τα σημεία (2) και (3) έχουμε:

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2\upsilon_2 = A_3 u_o \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{0.5\cdot 3}{2} = \frac{3}{4}\,m/s$$

   Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από το σημείο (2) έως το σημείο (3):

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + 0 = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho u_o^2 + 0 \xRightarrow{P_2 = P_{\alpha\tau\mu.} + \rho g h_1}$$

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\rho u_o^2 \Rightarrow h_1 = \frac{u_o^2 - \upsilon_2^2}{2g} \Rightarrow h_1 = \frac{9 - \frac{9}{16}}{20} = 0.422m$$

3.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από το σημείο (1) έως το σημείο (3):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + 0 = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho u_o^2 + 0 \;\kappa\alpha\iota\; \varepsilon\pi\varepsilon\iota\delta\acute{\eta}\; A_1\upsilon_1 = A_3 u_o \Longrightarrow \upsilon_1 = \frac{u_o}{2} = \frac{3}{2}\, m/s$$

$$\boldsymbol{P_1} = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho u_o^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 \Longrightarrow P_1 = 100.00 + 4.500 - 1.125 = \mathbf{103.375}\boldsymbol{P\alpha}$$

4. Για να μην εκρέει νερό πρέπει $P'_1 = P_{\alpha\tau\mu.}$ Οπότε $P'_{(0)} = P'_1 - \rho g h = 87.700 P\alpha$

Ισορροπία εμβόλου : $\Sigma F = 0 \Longrightarrow F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - F'_{\upsilon\gamma.} - T'_\nu - T_\rho = 0 \Longrightarrow$

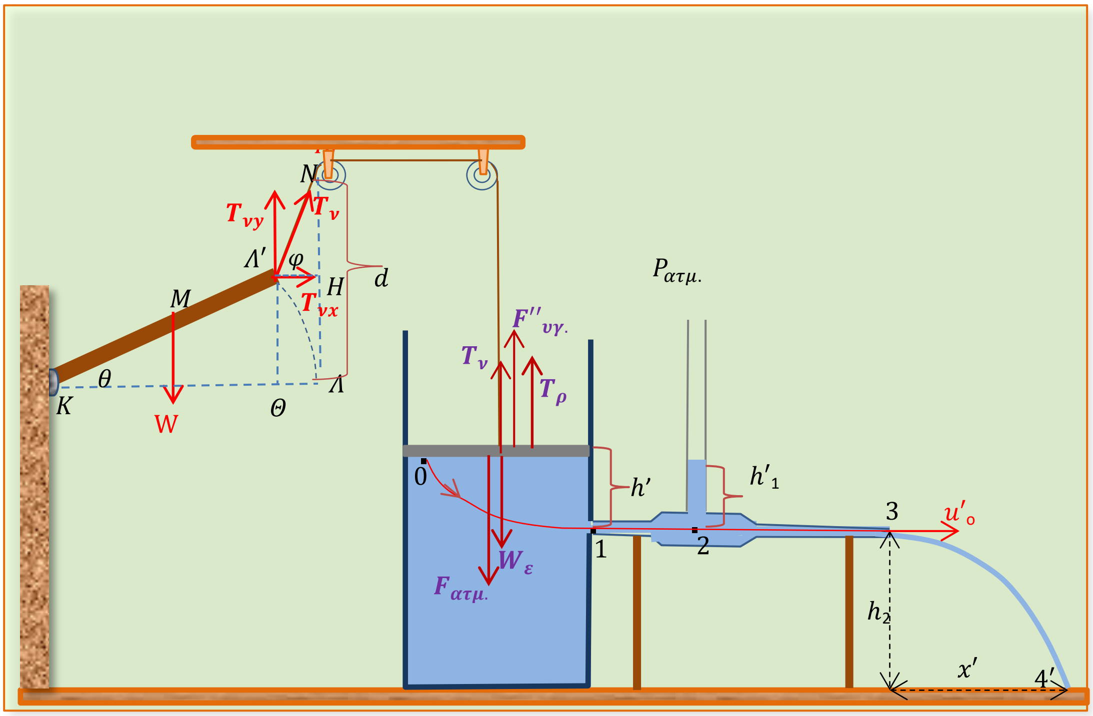
$$T'_\nu = F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - F_{\upsilon\gamma.} - T_\rho = P_{\alpha\tau\mu.}\cdot A + W_\varepsilon - P'_{(0)}\cdot A - T_\rho \Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{T'_\nu} = 20.000 + 500 - 17.540 - 1.960 = \mathbf{1000}\boldsymbol{N}$$

Ισορροπία ράβδου: $\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Longrightarrow T'_\nu \cdot L - W\cdot\frac{L}{2} - F\cdot\frac{3L}{4} = 0 \Longrightarrow$

$F = \frac{4}{3}\left(T'_\nu - \frac{W}{2}\right) = \frac{4}{3}(1000 - 50N) \Longrightarrow \boldsymbol{F = 1.266N}$

5.



$\Lambda'\Theta = L\eta\mu\theta = 1{,}2m$, $K\Theta = L\sigma\upsilon\nu\theta = 1{,}6m$, $NH = d - \Lambda'\Theta = 0.4m$,

$\Lambda'H = \Theta\Lambda = K\Lambda - K\Theta = 0.4m$

$$\Lambda'N = \sqrt{\Lambda'H^2 + HN^2} = \sqrt{(0.4)^2 + (0.4)^2} = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}4^2} = 0.4\sqrt{2}m$$

$$h - h' = d - \Lambda'N = 1.6 - 0.4\sqrt{2} = 1.03m \Longrightarrow h' = 0{,}2m$$

$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\Lambda'H}{\Lambda'N} = \frac{0{,}4}{0.4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Longrightarrow \varphi = 45^o$

Ισορροπία ράβδου: $\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Longrightarrow -T_{\nu x}\cdot(\Lambda'\Theta) - W\cdot\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\theta + T_{\nu y}\cdot(K\Theta) = 0 \Longrightarrow$

$-T_\nu\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot L\eta\mu\theta - W\cdot\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\theta + T_\nu\eta\mu\varphi\cdot L\sigma\upsilon\nu\theta = 0$

$$-T_\nu \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(1.2) - 200 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + T_\nu \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(1.6) = 0 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{T_\nu} = \frac{100}{0.4} = \mathbf{250N}$$

Ισορροπία εμβόλου : $\Sigma \mathrm{F} = 0 \Longrightarrow F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - F_{\upsilon\gamma.} - T_\nu - T_\rho = 0 \Longrightarrow$

$$F_{\upsilon\gamma.} = F_{\alpha\tau\mu.} + W_\varepsilon - T_\rho - T_\nu = 20000 + 500 - 1960 - 250 = 18.290N \Longrightarrow$$

$$P_{(0)} = \frac{F_{\upsilon\gamma.}}{A} = 91.450\ Pa$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από το σημείο (0) ακριβώς κάτω από το έμβολο έως το σημείο (3):

$$P_{(0)} + \cancel{\frac{1}{2}\rho\upsilon_\varepsilon^2} + \rho g h' = P_{\alpha\tau\mu.} + \frac{1}{2}\rho {u'}_o^2 + 0 \Longrightarrow$$

$$91.450 + 12300 - 100.000 = 500{u'}_o^2 \Longrightarrow {u'}_o = 2{,}73\ m/s$$

$$x' = {u'}_o \cdot t = 1.09m$$

Κορκίζογλου Πρόδρομος