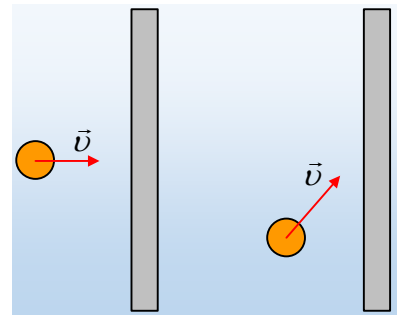


**Μια μπάλα πέφτει σε κατακόρυφο τοίχο**

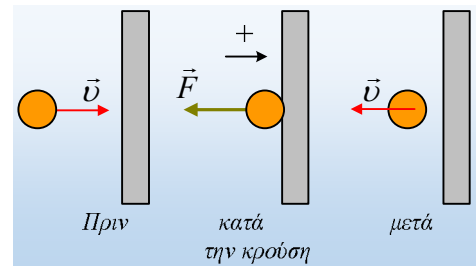
Μια μπάλα μάζας  $m=0,4\text{kg}$  κινείται χωρίς να περιστρέφεται, στο λείο δάπεδο ενός δωματίου και πέφτει κάθετα στον τοίχο με ταχύτητα  $v=4\text{m/s}$ , οπότε ακολουθεί ελαστική κρούση.



- i) Να υπολογισθεί η μεταβολή της ορμής της μπάλας που οφείλεται στην κρούση καθώς και η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης στη διάρκεια της κρούσης.
  - ii) Αν η μπάλα κτυπήσει πλάγια τον τοίχο, με ταχύτητα ίδιου μέτρου η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον τοίχο:
    - α) Ποια η ελάχιστη κινητική ενέργεια της μπάλας στη διάρκεια της κρούσης;
    - β) Θεωρώντας ότι η διάρκεια της κρούσης είναι ίδια στις δύο παραπάνω κρούσεις και η μέση δύναμη που ασκεί ο τοίχος στην μπάλα στην πρώτη περίπτωση έχει μέτρο  $F_1=20\text{N}$ , πόσο είναι το μέτρο της μέσης δύναμης που θα δεχτεί η μπάλα από τον τοίχο, στην δεύτερη περίπτωση;
- Δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας των  $30^\circ$ .

**Απάντηση:**

- i) Η μπάλα θα ανακλαστεί κινούμενη στην ίδια διεύθυνση, προς τα αριστερά με ταχύτητα ίσου μέτρου, αφού πρόκειται για κεντρική ελαστική κρούση με σώμα (τοίχος) πολύ μεγάλης μάζας. Για την μεταβολή της ορμής, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, θα έχουμε:



$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_\mu - \vec{p}_\alpha \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} \Delta p_1 = p_\mu - p_\alpha \rightarrow$$

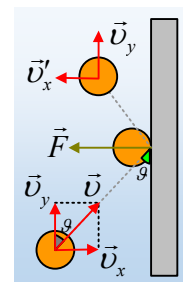
$$\Delta p_1 = m v_\mu - m v_\alpha = 0,4 \cdot (-4) \text{kgm} / \text{s} - 0,4 \cdot 4 \text{kgm} / \text{s} \rightarrow$$

$$\Delta p_1 = -3,2 \text{kgm} / \text{s}$$

Κατά την διάρκεια της επαφής τη μπάλας με τον τοίχο, αυτή παραμορφώνεται ελαστικά και η κινητική της ενέργεια μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης. Αυτή θα είναι μέγιστη, όταν η κινητική ενέργεια της μπάλας είναι η ελάχιστη δυνατή. Πόση είναι αυτή; Μα, η μπάλα επιβραδύνεται μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά της και να αρχίσει στη συνέχεια να επιταχύνεται προς τα αριστερά. Άρα η ελάχιστη κινητική ενέργεια είναι τη στιγμή όπου  $v=0$ , όπου όλη η κινητική ενέργεια έχει μετατραπεί σε δυναμική.

$$U_{max} = K_{αρχ} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,4 \cdot 4^2 \text{ J} = 3,2 \text{ J}$$

- ii) Κατά την διάρκεια της πλάγιας κρούσης η δύναμη από τον τοίχο είναι κάθετη σε αυτόν, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η ορμή της μπάλας στην διεύθυνση της δύναμης (διεύθυνση x στο σχήμα), ενώ δεν μεταβάλλεται η ορμή σε διεύθυνση παράλληλη του τοίχου.
  - α) Με βάση και την προηγούμενη απάντηση, η ελάχιστη κινητική ενέργεια της μπάλας,



είναι τη στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητά της στην διεύθυνση x, οπότε:

$$K_{min} = \frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} m (v \sin \theta)^2 = \frac{1}{2} 0,4 \cdot 4^2 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 J = 2,4 J$$

β) Για την μεταβολή της ορμής της μπάλας, λόγω της πλάγιας κρούσης, έχουμε:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2\mu} - \vec{p}_{2a} \rightarrow$$

$$\Delta p_x = m v'_x - m v_x \xrightarrow{\substack{v_x = v \sin \theta \\ v'_x = -v_x}} \Delta p_x = -2 m v_x = -2 \cdot 0,4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \text{kgm/s} = -1,6 \text{kgm/s}$$

$$\Delta p_y = m v'_y - m v_y = m v_y - m v_y = 0 \rightarrow$$

$$\Delta p_2 = \Delta p_x = -1,6 \text{kgm/s}$$

Εξάλλου για την μέση δύναμη που ασκήθηκε στην μπάλα, στις δυο περιπτώσεις θα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \quad (1) \quad \text{και} \quad F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \quad (2)$$

Με διαίρεση των (1) και (2) κατά μέλη βρίσκουμε:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta p_1 / \Delta t}{\Delta p_2 / \Delta t} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{-3,2}{-1,6} = 2 \rightarrow$$

$$F_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{20 N}{2} = 10 N$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)