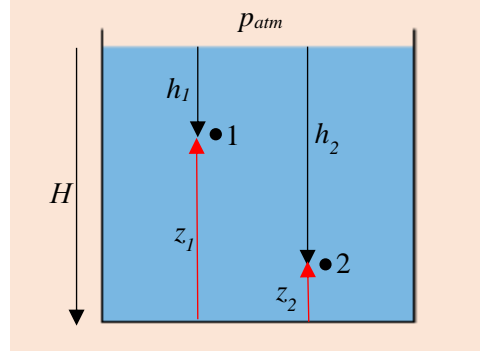


Μια του ύψους, μια του βάθους

Α. Στο οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο του σχήματος 1 ισορροπεί υγρό πυκνότητας ρ , σε χώρο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Με h συμβολίζουμε το βάθος από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και με z το ύψος από τον πυθμένα του δοχείου. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές για τις πιέσεις στα σημεία 1 και 2; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

σχήμα 1



α) $p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2)$

β) $p_1 - p_2 = -\rho g (h_1 - h_2)$

γ) $p_1 - p_2 = \rho g (z_1 - z_2)$

δ) $p_1 - p_2 = -\rho g (z_1 - z_2)$

Απάντηση

Α. Οι πιέσεις στα σημεία 1 και 2 είναι:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_{atm} + \rho g h_1 \\ p_2 &= p_{atm} + \rho g h_2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \rho g (h_1 - h_2)$$

Επίσης:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_{atm} + \rho g h_1 \\ p_2 &= p_{atm} + \rho g h_2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{aligned} p_1 &= p_{atm} + \rho g (H - z_1) \\ p_2 &= p_{atm} + \rho g (H - z_2) \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow p_1 - p_2 = -\rho g (z_1 - z_2)$$

Σωστές απαντήσεις → α, δ

Σχόλιο

Τι συμπεραίνουμε;

Οι σχέσεις είναι παρόμοιες. Ισχύουν αρκεί τα σημεία 1 και 2 να βρίσκονται στο ίδιο υγρό. Δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ατμοσφαιρικής πίεσης.

- Με την αύξηση του βάθους αυξάνεται η πίεση και η σχέση θέλει (+).

Με ποιο αυστηρή μαθηματική γλώσσα κάποιος θα έγραφε για τη βαθμίδα πίεσης $\frac{dp}{dh} = +\rho g$

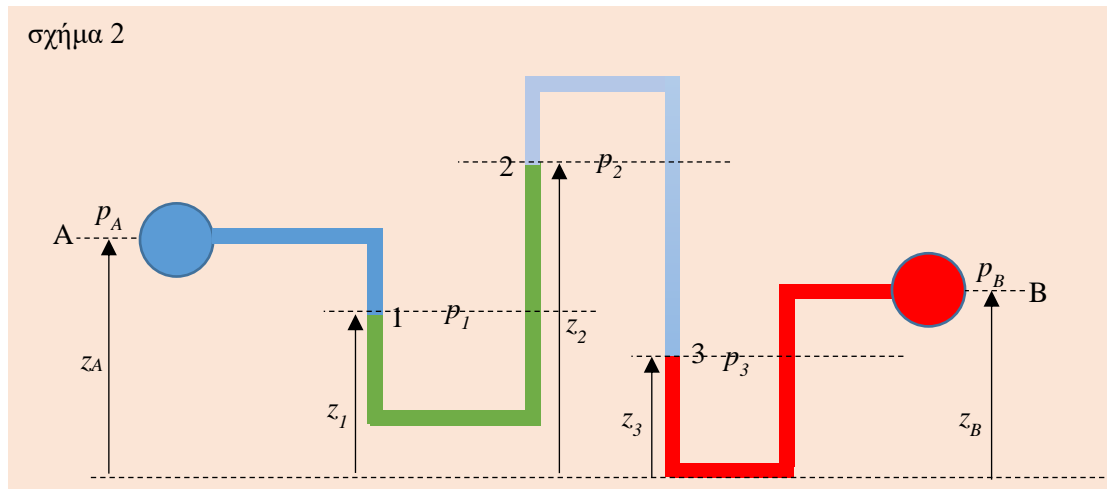
- Με την αύξηση του ύψους μειώνεται η πίεση και η σχέση θέλει (-).

Με ποιο αυστηρή μαθηματική γλώσσα κάποιος θα έγραφε για τη βαθμίδα πίεσης $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

Αν μάλιστα δύο σημεία βρίσκονται στο ίδιο βάθος, θα είναι και ισοϋψή οπότε

$$p_1 - p_2 = 0$$

B.



Διαθέτουμε το κλειστό κατακόρυφο μανόμετρο του σχήματος 2, όπου βρίσκονται σε ισορροπία 4 υγρά, που δεν αναμιγνύονται, με πυκνότητες $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$. Οι διαχωριστικές επιφάνειες βρίσκονται σε αντίστοιχα υψόμετρα z_A, z_1, z_2, z_3, z_B και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g .

Χρησιμοποιώντας το συμπέρασμα της ερώτησης Α, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή για τη διαφορά πίεσης ανάμεσα στα σημεία Α και Β; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

α) $p_A - p_B = \rho_1 g(z_A - z_1) + \rho_2 g(z_1 - z_2) + \rho_3 g(z_2 - z_3) + \rho_4 g(z_3 - z_B)$

β) $p_A - p_B = -\rho_1 g(z_A - z_1) - \rho_2 g(z_1 - z_2) - \rho_3 g(z_2 - z_3) - \rho_4 g(z_3 - z_B)$

γ) $p_A - p_B = -\rho_1 g(z_A - z_1) - \rho_4 g(z_3 - z_B)$

Απάντηση

Στα 3 οριζόντια επίπεδα που έχουν σχεδιαστεί, όπως είδαμε στο Α, η πίεση είναι ίδια.

Η ζητούμενη διαφορά πίεσης μπορεί τότε να γραφτεί:

$$p_A - p_B = (p_A - p_1) + (p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_B) \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = -\rho_1 g(z_A - z_1) - \rho_2 g(z_1 - z_2) - \rho_3 g(z_2 - z_3) - \rho_4 g(z_3 - z_B)$$

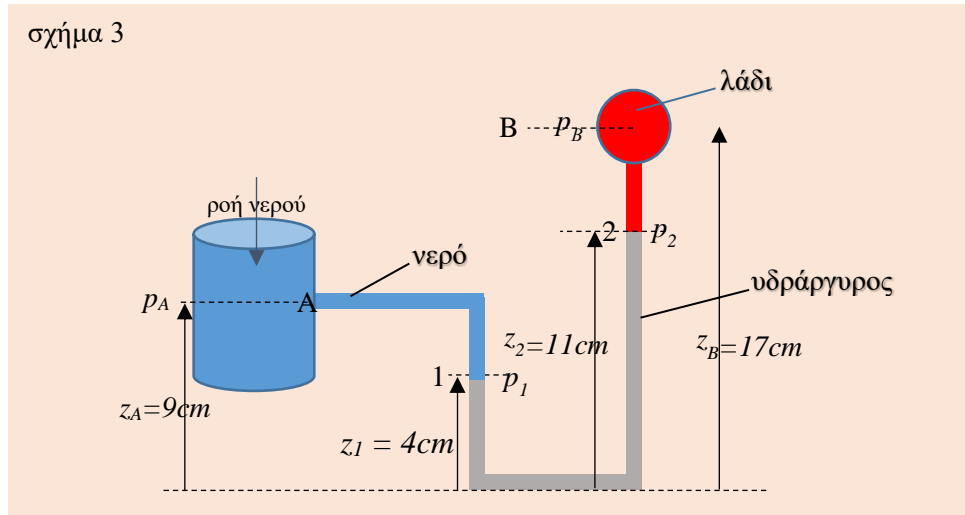
Σωστή απάντηση → β

Γ. Το μανόμετρο του σχήματος 3, χρησιμεύει στον υπολογισμό της πίεσης στο σημείο Α του σωλήνα παροχής ύδρευσης. Αν η πίεση στο σημείο Β είναι $p_B = 87kPa$ η πίεση στο σημείο Α είναι:

α) $p_A = 9,56kPa$ β) $p_A = -96,56kPa$ γ) $p_A = 96,56kPa$

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Δίνονται: πυκνότητα νερού $\rho_1 = 1000kg / m^3$, πυκνότητα υδραργύρου $\rho_2 = 13600kg / m^3$
 πυκνότητα λαδιού $\rho_3 = 900kg / m^3$



Απάντηση

Πάμε από το σημείο A στο σημείο B, περνώντας από τα σημεία 1 και 2 που βρίσκονται σε διαχωριστική επιφάνεια υγρών.

$$p_A - p_B = (p_A - p_1) + (p_1 - p_2) + (p_2 - p_B) \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = -\rho_1 g(z_A - z_1) - \rho_2 g(z_1 - z_2) - \rho_3 g(z_2 - z_B) \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = -10^4 \cdot (5 \cdot 10^{-2}) - 13,6 \cdot 10^4 \cdot (-7 \cdot 10^{-2}) - 0,9 \cdot 10^4 \cdot (-6 \cdot 10^{-2}) \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = -5 \cdot 10^2 + 95,2 \cdot 10^2 + 5,4 \cdot 10^2 \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = 95,6 \cdot 10^2 \Leftrightarrow p_A - p_B = 9,56 \text{ kPa}$$

Αφού $p_A - 87 \text{ kPa} = 9,56 \text{ kPa} \Leftrightarrow p_A = 96,56 \text{ kPa}$

Σωστή απάντηση $\rightarrow \gamma$

Ανδρέας Φιζόπουλος