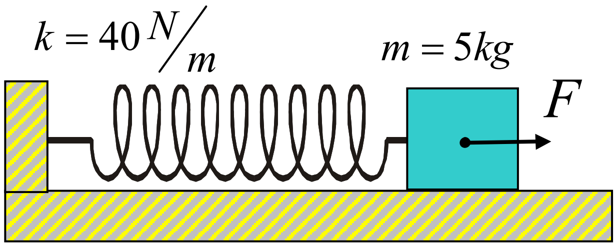
# Φθίνουσες – Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις. Ομάδα Γ.

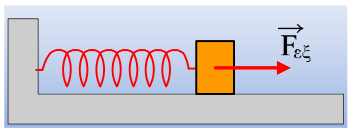
### 1.3.21. Υπολογίσατε το πλάτος στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.




Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{αντ} = -b.\upsilon$ , όπου υ η ταχύτητά του και $b = 10\frac{N.s}{m}$. Δεχόμενο την περιοδική δύναμη $F = 0,8\sqrt{2}\eta\mu 2t$ (S.I) εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά τα μεταβατικά φαινόμενα.

### 1.3.22. Ας δούμε και μια εξαναγκασμένη…




Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος Α=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{εξ} = 4\sqrt{2}\cdot\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii) Να βρεθεί η δύναμη απόσβεσης τη στιγμή t=0, καθώς και η σταθερά απόσβεσης b.

iii) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7\pi}{40}s$ να βρεθούν:

α) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης απόσβεσης.

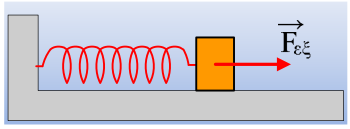
δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης.

iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{30}s$ ;

v) Αν μεταβάλουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $f_2$=2Hz, τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης (μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων και την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης);

Δίνεται $\eta\mu\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 0{,}26$

### *1.3.23. Ας δούμε κάτι ακόμη σε μια εξαναγκασμένη…*




Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=180N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-bυ. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος Α=0,2m. Θεωρώντας t=0 κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:

$$F_{\varepsilon\xi} = F_{\max} \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Να βρεθούν:

i) το πλάτος της εξωτερικής δύναμης $F_{max}$

ii) η σταθερά απόσβεσης b.

### *1.3.24. Φθίνουσα και εξαναγκασμένη ταλάντωση.*

Ένα σώμα μάζας 2kg δένεται από το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 200N/m το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω και το φέρνουμε στην θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Την χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε το σώμα ελεύθερο από την θέση αυτή και εκτελεί ταλάντωση. Πάνω στο σώμα εκτός από την δύναμη επαναφοράς ασκείται και εξωτερική δύναμη αντίστασης της μορφής F΄= -bυ, όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος. Παρατηρούμε ότι μετά από 2s το πλάτος της ταλάντωσης έχει υποτετραπλασιαστεί. Να βρείτε:

i) την ενέργεια που προσφέρθηκε αρχικά στο σύστημα για να εκτελέσει ταλάντωση και την αρχική επιτάχυνση του σώματος.

ii) την σταθερά Λ της ταλάντωσης και το έργο της δύναμης αντίστασης από την t = 0 ως την 2s.

iii) την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας συναρτήσει του χρόνου.

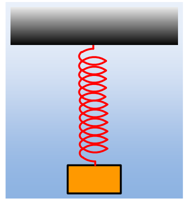
Μετά την 2s εξαναγκάζουμε το σύστημα σε αμείωτη ταλάντωση, οπότε ασκούμε μια κατάλληλη εξωτερική περιοδική δύναμη.

iv) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της συχνότητας της εξωτερικής δύναμης ώστε το σύστημα να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος αυτό που είχε τη στιγμή t=2s;

v) Ποιος είναι ο ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας της εξωτερικής δύναμης όταν το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του;

Δίνεται: g=10 m/s², ln2=0,7 και ότι η σταθερά απόσβεσης είναι αρκετά μικρή ώστε να θεωρήσουμε την περίοδο ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης του σώματος.

### *1.3.25. Μερικά ερωτήματα σε μια φθίνουσα ταλάντωση.*



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και σε μια στιγμή t=0, το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Παρατηρούμε ότι τη στιγμή $t_1$=0,63s το σώμα σταματά την προς τα κάτω κίνησή του, για πρώτη φορά, αλλά τη στιγμή αυτή απέχει κατά 10,1cm από την αρχική θέση ισορροπίας του. Με δεδομένο ότι το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ, ενώ η προς τα κάτω κατεύθυνση θεωρείται θετική:

i) Να βρεθεί η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_2$=1,26s.

ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή $t_2$.

iii) Σε μια στιγμή $t_3$ το σώμα έχει απομάκρυνση 4cm και ταχύτητα -0,3m/s.

α) Να υπολογιστεί η απώλεια της ενέργειας ταλάντωσης από τη στιγμή t=0, έως τη στιγμή $t_3$.

β) Για τη χρονική στιγμή $t_3$ ισχύει:

a) $t_3 < t_1$,  b) $t_1 < t_2 < t_3$,  c) $t_3 > t_2$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

iv) Αν η σχέση μεταξύ των σταθερών Λ και b είναι Λ=b/2m:

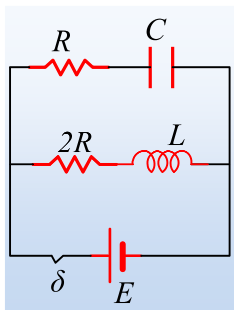
α) Να υπολογιστούν οι τιμές των δύο σταθερών.

β) Ποια η επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t_3$;

γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μείωσης της ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή $t_3$.

Δίνεται ℓn0,5=-0,69.

### *1.3.26. Και… στη συνέχεια μια φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.*



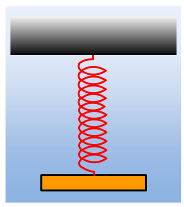

Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται E=40V, R=2Ω, C=10μF και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=4mH. Ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε μια στιγμή $t_o$=0, ανοίγουμε το διακόπτη. Για αμέσως μετά ($t=0^+$) να βρεθούν:

i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και το φορτίο του πυκνωτή.

ii) Ο ρυθμός μεταβολής του φορτίου του πυκνωτή και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.

iii) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

### *1.3.27. Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.*



Ένα σώμα μάζας 0,1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=10N/m. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $A_0$=0,3m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή $t_0$=0. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-0,1υ (μονάδες στο S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή $t_1$ το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1$=2m/s, πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά 2cm από αυτήν.

Να υπολογιστούν:

i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή $t_1$.

ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από t=0, μέχρι την στιγμή $t_1$.

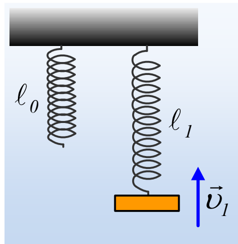
iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, β) Της κινητικής ενέργειας καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή $t_1$.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

### *1.3.28. Μια πλάκα σε φθίνουσα ταλάντωση.*




Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους $l_0$=0,4m, δένουμε μια πλάκα μάζας m=1kg και την αφήνουμε να κινηθεί τη στιγμή t=0. Στη διάρκεια της κίνησης, στην πλάκα ασκείται από τον αέρα δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}=-2,5\cdot 10^{-3}υ$ (μονάδες στο S.I.). Κάποια στιγμή $t_1$ η πλάκα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=0,8m/s, ενώ το μήκος του ελατηρίου είναι $l_1$=0,5m. Για τη στιγμή αυτή $t_1$ να βρεθούν:

i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στην πλάκα, καθώς και η επιτάχυνσή της.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

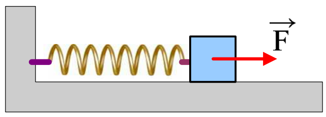
iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης. Τι εκφράζει η ισχύς αυτή;

iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

v) Πόση μηχανική ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμική στο χρονικό διάστημα 0-$t_1$ και πόση θα μετατραπεί συνολικά μέχρι να ηρεμήσει η πλάκα;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

### *1.3.29. Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση και ενέργειες.*




Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=25N/m. Σε μια στιγμή δέχεται περιοδική οριζόντια δύναμη F, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ταλαντώνεται. Μόλις αποκατασταθεί σταθερή κατάσταση, λαμβάνοντας κάποια στιγμή σαν t=0, βρίσκουμε ότι το σώμα εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

$$x=0,4\cdot ημ(πt) \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$= - 4υ (S.I.), όπου υ η ταχύτητα του σώματος.

i) Να βρεθούν η ιδιοσυχνότητα και η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.

ii) Για την χρονική στιγμή $t_1$=1s ζητούνται:

α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και το άθροισμά τους K+U.

β) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης.

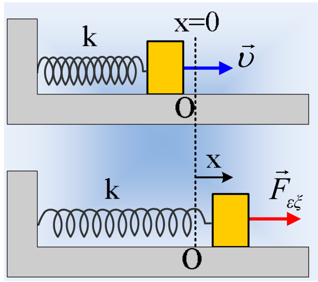
iii) Για τη χρονική στιγμή $t_2$=13/6 s να υπολογιστούν:

α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και το άθροισμά τους K+U.

β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F.

### *1.3.30. Μια απλή αρμονική ταλάντωση και μια εξαναγκασμένη*




Ένα σώμα μάζας 0,5kg είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=18N/m κι εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=0,2·ημ(ωt) (μονάδες στο S.I.) σε λείο οριζόντιο επίπεδο, γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου O.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής, της δυναμικής και της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

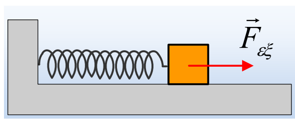
ii) Το ίδιο σύστημα τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης, ενώ ταυτόχρονα δέχεται από το περιβάλλον του και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-bυ. Μετά την αποκατάσταση σταθερού πλάτους ταλάντωσης, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας O, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης του χρόνου, έχουμε την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας O, να υπακούει στην εξίσωση x=0,2·ημ(5t) (S.I.).

α) Να βρεθούν οι εξισώσεις υ=υ(t) και α=α(t) της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθούν γραφικά στους ίδιους άξονες.

γ) Το άθροισμα K+U των δύο παραπάνω ενεργειών παραμένει σταθερό στη διάρκεια της ταλάντωσης; Να σχολιάστε το συμπέρασμα που καταλήγετε παράλληλα με την πρόταση ότι «στη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα (μέσω της εξωτερικής δύναμης) αντισταθμίζει τις απώλειες (που οφείλονται στις δυνάμεις απόσβεσης) και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό».

### *1.3.31. Η διεγείρουσα δύναμη αφαιρεί ενέργεια;*




Ένα σώμα μάζας m=0,1kg, δένεται στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=8N/m και με την επίδραση μιας αρμονικής εξωτερικής δύναμης, της μορφής:

$$F_{\varepsilon\xi} = F_0 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

εκτελεί ταλάντωση με απομάκρυνση x=0,5·ημ(10t) (S.I.), ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-b·υ .

i) Να βρεθεί το πλάτος $F_0$ της εξωτερικής δύναμης και η σταθερά απόσβεσης b.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική και η μέγιστη δυναμική ενέργεια στη διάρκεια της ταλάντωσης.

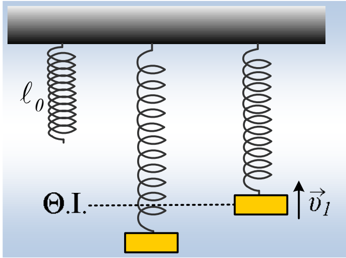
iii) Να υπολογιστούν η κινητική και η δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t_1$=π/30s. Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής, των δύο μορφών ενέργειας τη στιγμή αυτή;

iv) Για την παραπάνω χρονική στιγμή, να βρεθεί η ισχύς της εξωτερικής δύναμης και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

Δίνεται ημ(π/12) ≈ 0,26 .

### *1.3.32. Η ενέργεια σε μια φθίνουσα ταλάντωση*




Ένα σώμα Σ μάζας 2kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m και εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση, όπως στο σχήμα, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης τη μορφής $F_{απ}=-b\cdot υ$. Σε μια στιγμή $t_1$ περνά από τη θέση ισορροπίας του (x=0) κινούμενο προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_1=5m/s$, έχοντας ταυτόχρονα και επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο $α_1=1m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η σταθερά απόσβεσης b.

ii) Να βρεθούν την παραπάνω στιγμή $t_1$:

α) Η ενέργεια ταλάντωσης.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ.

iii) Μετά από λίγο, τη στιγμή $t_2$ το σώμα Σ φτάνει στη θέση Ρ με απομάκρυνση y=1m (θετική φορά προς τα πάνω), με μηδενική ταχύτητα. Για τη στιγμή $t_2$, να βρεθούν η επιτάχυνση του σώματος Σ, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

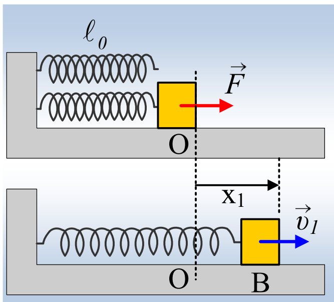
iv) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια που εμφανίζεται ως θερμική από τη στιγμή $t_1$, μέχρι τη στιγμή $t_2$;

v) Μια άλλη χρονική στιγμή $t_3$ το σώμα περνά από τη θέση $y_3=-0{,}5m$ κινούμενο προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου $υ_3=3{,}2m/s$. Για τις χρονικές στιγμές $t_1$, $t_2$, $t_3$ ισχύει:

α) $t_1 < t_2 < t_3$, β) $t_1 < t_3 < t_2$, γ) $t_3 < t_1 < t_2$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

### *1.3.33. Η ενέργεια σε μια Εξαναγκασμένη Ταλάντωση*




Ένα σώμα μάζας 0,2kg είναι δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=16N/m και με την επίδραση μιας εξωτερικής αρμονικής δύναμης F, εκτελεί ταλάντωση, όπου (μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων) η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου) έχει τη μορφή $x=0{,}5\cdot ημ(10t)$ (S.I.). Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται αντίσταση από τον αέρα της μορφής $F_{απ}=-0{,}2\cdot υ$ (μονάδες στο S.I.).

i) Να υπολογιστούν η μέγιστη κινητική και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος στη διάρκεια της εξαναγκασμένης αυτής ταλάντωσης.

ii) Για τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση Β του σχήματος, με απομάκρυνση $x_1=0{,}4m$ και με θετική (προς τα δεξιά) ταχύτητα, να βρεθούν:

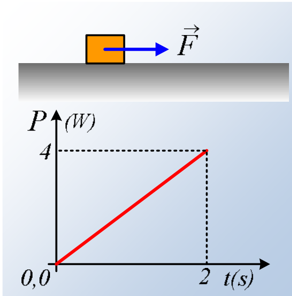
α) Η επιτάχυνση και η εξωτερική δύναμη $\vec{F}$.

β) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια. Πόσο είναι το άθροισμα K+U;

γ) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.

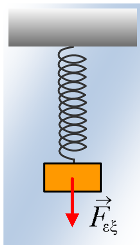
δ) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της αντίστασης αέρα.

### *1.3.34. Η ενέργεια σε μια περίοδο στην εξαναγκασμένη*




i) Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται μια δύναμη, η ισχύς της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διπλανό διάγραμμα. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος τη στιγμή t=2s.

ii) Ένα σώμα μάζας m=0,5kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με την εξάσκηση αρμονικής εξωτερικής δύναμης, ενώ δέχεται και δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ}$=-0,25·υ (S.I.). Μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως $t_0$=0, παίρνουμε ως εξίσωση απομάκρυνσης την x=0,5·ημ(4t) (S.I.).




α) Κάποια στιγμή $t_1$ το σώμα περνά από τη θέση $x_1$=0,3m με θετική ταχύτητα, ενώ η εξωτερική δύναμη έχει τιμή $F_1$=1 N. Να υπολογιστούν τη στιγμή $t_1$:

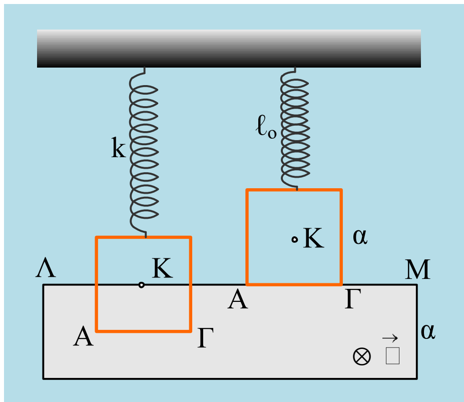
$α_1$) Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της δύναμης απόσβεσης.

$α_2$) Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα.

$α_3$) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια του σώματος.

β) Να υπολογιστούν στη διάρκεια μιας περιόδου, τα έργα: της δύναμης επαναφοράς, της δύναμης απόσβεσης και της διεγείρουσας εξωτερικής δύναμης.

### *1.3.35. Βάζοντας φρένο στην ταλάντωση*




Το τετράγωνο χάλκινο πλαίσιο, πλευράς α=0,8m, μάζας m=0,8kg και αντίστασης R=0,4Ω, ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, ενώ το μισό βρίσκεται μέσα σε ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=0,5T, όπως στο πρώτο σχήμα. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη βγάζουμε το πλαίσιο από το πεδίο, με την κάτω πλευρά του ΑΓ να εφάπτεται της περιοχής που καταλαμβάνει το πεδίο, το οποίο εκτείνεται σε μια περιοχή με ύψος επίσης α, οπότε το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος του (δεύτερο σχήμα). Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε το πλαίσιο να ταλαντωθεί.

i) Να βρεθεί η αρχική ενέργεια ταλάντωσης $E_o$.

ii) Να αποδείξετε ότι το πλαίσιο θα εκτελέσει μια φθίνουσα ταλάντωση, με την επίδραση δύναμης της μορφής F=-bυ, υπολογίζοντας και την σταθερά απόσβεσης b.

iii) Σε μια στιγμή $t_1$, η κάτω πλευρά ΑΓ του πλαισίου, απέχει κατά 0,5m από την πάνω πλευρά ΛΜ του πεδίου, κινούμενη προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου 1m/s. Για τη στιγμή αυτή:

α) Να βρεθεί η επιτάχυνση του πλαισίου.

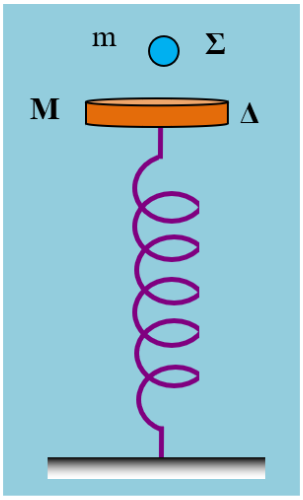
β) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του πλαισίου.

γ) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, της κινητικής ενέργειας, της ενέργειας ταλάντωσης, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο εμφανίζεται θερμική ενέργεια στο πλαίσιο.

iv) Πόση θερμότητα έχει παραχθεί μέχρι τη στιγμή $t_1$ στο πλαίσιο και πόση θα παραχθεί συνολικά μέχρι να σταματήσει η ταλάντωση;

Δίνεται $g=10m/s^2$

### *1.3.36. Κρούση και φθίνουσα ταλάντωση*




Ο δίσκος Δ του σχήματος, έχει μάζα Μ =4kg και ισορροπεί σε ηρεμία δεμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200N/m που έχει το κάτω του άκρο ακλόνητο.

Μικρό σφαιρίδιο Σ μάζας m = 2kg, κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου και σφηνώνεται ακαριαία στο δίσκο , έχοντας κατά την στιγμή που ακουμπά σ' αυτόν ταχύτητα μέτρου $υ_o$ = 3m/s.

Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αρχίζει αμέσως μετά την κρούση , τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ , να εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με D = k και υπό την επίδραση δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_{απ} = -bυ$ , όπου b η σταθερά απόσβεσης και υ η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας ταχύτητάς του.

Κάποια χρονική στιγμή $t_1$ το συσσωμάτωμα διέρχεται από σημείο Ζ που βρίσκεται σε απόσταση d = 0,2m κάτω από τη θέση που έγινε η κρούση, κινούμενο προς τα επάνω με επιτάχυνση $α_1 = +3\ m/s^2$.

Αν στη χρονική διάρκεια $t_1 - t_o$ το σύστημα έχει χάσει το 56,25% από την ενέργεια της ταλάντωσης που είχε τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ , να υπολογίσετε:

i. Τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου από την χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1$.

ii. Τη δύναμη απόσβεσης τη χρονική στιγμή $t_1$ , και τη σταθερά απόσβεσης b.

iii. Το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων στη διεύθυνση της κίνησης, και το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή $t = t_o$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t = t_1$.

iv. Αν $\dot{K} = \frac{dK}{dt}$ είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή $t = t_o$ , και $\dot{U}_τ = \frac{dU_τ}{dt}$ είναι ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας λόγω ταλάντωσης την ίδια χρονική στιγμή, να υπολογίσετε τη τιμή του λόγου $\frac{\dot{K}}{\dot{U}_τ}$.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$ και για τις αλγεβρικές τιμές των μεγεθών , θετική φορά η κατακόρυφη προς τα επάνω.