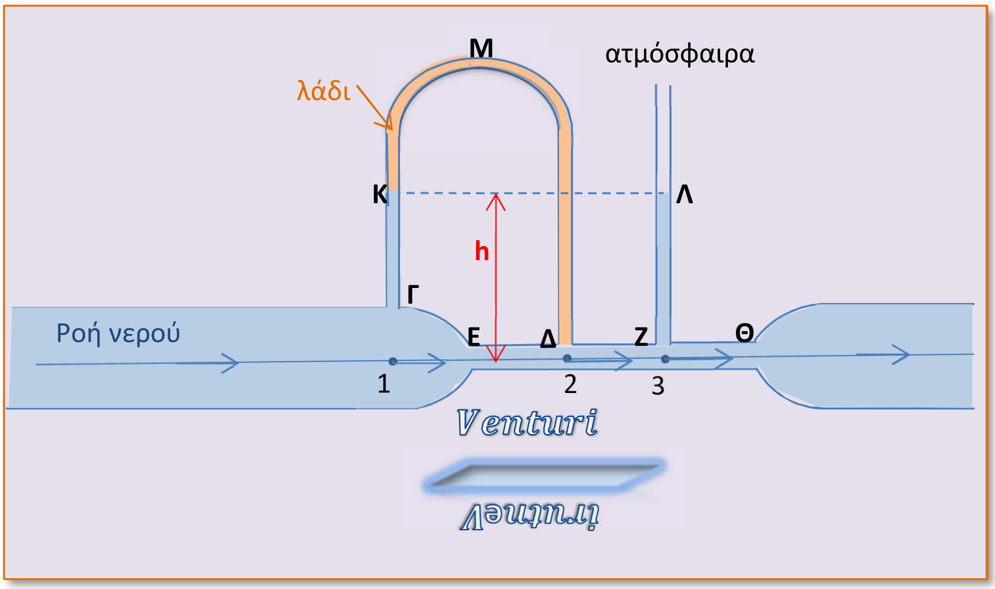
Αναποδογυρισμένο Venturi με λάδι



Στο σχήμα απεικονίζεται κυλινδρικός σωλήνας ροής νερού που στενεύει στην περιοχή ΕΘ . Ο μηχανικός θέλει να κάνει διάφορες μετρήσεις λόγω βλάβης, γι' αυτό ανοίγει μικρές οπές στις θέσεις Γ, Δ και Ζ ,και στο μεν Ζ προσαρμόζει λεπτό κατακόρυφο κυλινδρικό σωλήνα ΖΛ, ενώ στις δε θέσεις Γ και Δ, προσαρμόζει εύκαμπτο κυλινδρικής διατομής σωλήνα ΓΜΔ ,γεμάτο με λάδι.

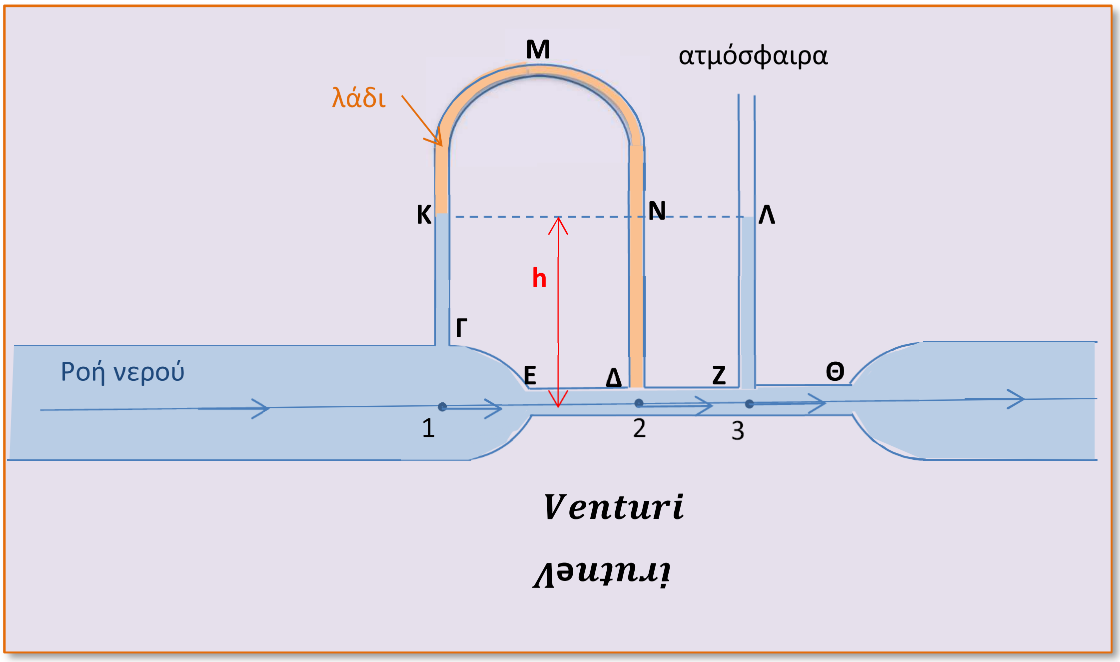
Παρατηρεί ότι το νερό στους σωλήνες ΓΚ και ΖΛ ανέρχεται μέχρι ύψους h και ισορροπεί, ενώ στον αναποδογυρισμένο υοειδή σωλήνα , το λάδι ισορροπεί στην περιοχή ΔΜΚ. Θεωρείστε ότι το σημείο Γ είναι αρκετά μακριά από το Ε, και η ταχύτητα στο σημείο (1) είναι ίση με την ταχύτητα στον κεντρικό σωλήνα , το νερό είναι ιδανικό ρευστό και δεν έχουμε δίνες , δηλαδή η ροή είναι στρωτή και μόνιμη.

Δίνονται: $P_{ατμ.} = 10^5 \frac{N}{m^2}$, $\rho_\nu = 1000 \frac{kg}{m^3}$,$\rho_\lambda = 900 \frac{kg}{m^3}$,$A_1 = 30cm^2$,

$A_2 = 10cm^2, h = 1m$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

1. Γιατί ανέβηκε το νερό στο σωλήνα ΓΚ ,με αποτέλεσμα να χυθεί λάδι στο νερό και να παρασυρθεί από τη ροή ;
2. Υπολογίστε την παροχή Π του νερού στον κεντρικό σωλήνα, καθώς και τις ταχύτητες στα σημεία (1), (2) και (3).
3. Υπολογίστε τις πιέσεις P_1, P_2 , P_3 , P_K .
4. Αν η πίεση στο ανώτερο σημείο Μ του λαδιού, δεν πρέπει να υπερβεί την τιμή $P_{M,max} = 0.8 \cdot 10^5 Pa$, υπολογίστε το μέγιστο ύψος Η του Μ από τον άξονα του κεντρικού σωλήνα.
5. Ποιο το μέτρο της μεταφερόμενης ανά μονάδα όγκου ορμής στο τμήμα ΕΘ καθώς και της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου .

Απαντήσεις



1. (Σημείωση: οι ακτίνες των σωλήνων είναι

$A_1 = \pi r_1^2 \Longrightarrow r_1 = \sqrt{\frac{A_1}{\pi}} = 3{,}09cm \ll h = 100cm$,

$r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} \cong 1.784cm \ll h = 100cm$, οπότε ΚΓ=0,97m και ΖΛ=0,982m !)

Από το νόμο της συνέχειας έχουμε:

$\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 \Longrightarrow A_1 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 = A_2 \cdot \upsilon_3 \Longrightarrow \upsilon_2 = \upsilon_3 = 3\upsilon_1$ (1)

$Νόμος\ Bernoulli\ από\ 1\ στο\ 2{:}\quad P_1 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_2^2 \Longrightarrow$

$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot 9 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_1^2 \Longrightarrow P_1 - P_2 = 4\rho_\nu \upsilon_1^2 \quad (2)$

Βλέπουμε ότι $P_1 > P_2$, άρα λόγω της διαφοράς πίεσης μεταξύ των άκρων του υοειδή σωλήνα, θα έχουμε αρχικά ροή του λαδιού μέσα στο νερό στο σημείο Δ και ταυτόχρονη άνοδο του νερού στο σωλήνα ΓΚ, μέχρι να ισορροπήσει το σύστημα νερού-λαδιού στον υοειδή σωλήνα ΓΜΔ.

2+3. Είναι $P_2 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_2^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_3^2 \xRightarrow{\upsilon_2 = \upsilon_3}$

$P_2 = P_3 = P_{\alpha\tau\mu.} + \rho_\nu g h = 1{,}1 \cdot 10^5 Pa$

$$P_K = P_N \neq P_\Lambda = P_{\alpha\tau\mu.}$$

$(τα\ K\ και\ Λ\ δεν\ βρίσκονται\ στο\ ίδιο\ υγρό(νερό)που\ \boldsymbol{ισορροπε}ί,$
$γιατί\ υπάρχει\ στο\ σωλήνα\ ΓΖ\ ροή!! \Longrightarrow$

$P_1 - \rho_\nu g h = P_2 - \rho_\lambda g h \Longrightarrow P_1 = P_2 + (\rho_\nu - \rho_\lambda) g h \Longrightarrow$

$P_1 = 1{,}1 \cdot 10^5 Pa + 0{,}01 \cdot 10^5 = 1{,}11 \cdot 10^5 Pa$

Από τη (2) έχουμε: $P_1 - P_2 = 4\rho_\nu \upsilon_1^2 \Longrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{4\rho_\nu}} \Longrightarrow \upsilon_1 = 0{,}5 m/s$

$$\upsilon_2 = \upsilon_3 = 3\upsilon_1 = 1.5m/s$$

Έτσι η παροχή είναι:

$$\Pi = A_1 \cdot \upsilon_1 = 30 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 1.5L/s$$

$$P_K = P_1 - \rho_\nu g h = 1{,}11 \cdot 10^5 Pa - 0.1 \cdot 10^5 Pa = 1.01 \cdot 10^5 Pa$$

4.

$$P_2 = P_{M,max} + \rho_\lambda g H_{M,max} \Longrightarrow H_{M,max} = \frac{P_2 - P_{M,max}}{\rho_\lambda g} \Longrightarrow$$

$$H_{M,max} = \frac{11\cdot 10^4 - 8\cdot 10^4}{9\cdot 10^3} = 3.3m$$

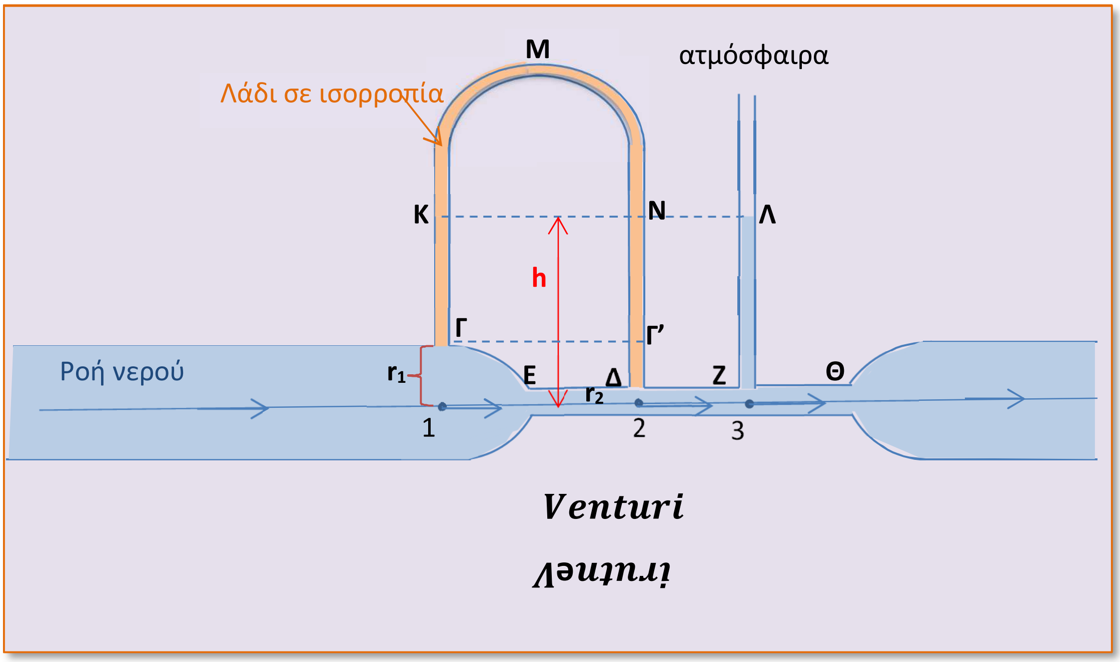
5. Η ορμή μιας ''φέτας'' υγρού μάζας dm, που είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_2 , είναι $dp = dm \cdot \upsilon_2$. Έτσι το μέτρο της ανά μονάδα όγκου μεταφερόμενης ορμής θα είναι

$$\frac{dp}{dV} = \frac{dm\cdot\upsilon_2}{dV} = \rho\upsilon_2 = 1{,}5 \cdot 10^3\ \frac{kg}{s\cdot m^2}$$

και η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου

$$\frac{dK}{dV} = \frac{\frac{1}{2}dm\cdot\upsilon_2^2}{dV} = \frac{1}{2}\rho_\nu \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 10^3 \cdot 1.5^2 = 1125\, J/s$$

6.***



$$P_1 = P_\Gamma + \rho_\nu g r_1 \;\kappa\alpha\iota\; P_2 = P_{\Gamma'} + \rho_\nu g r_2 + \rho_\lambda g(r_1 - r_2) \overset{(2)}{\Longrightarrow}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_\nu\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}\rho_\nu\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\rho_\nu\upsilon_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) = \frac{1}{2}\rho_\nu\upsilon_1^2\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1\right) \xRightarrow{P_\Gamma = P_{\Gamma'}}$$

$$(\rho_\nu - \rho_\lambda)g(r_1 - r_2) = \frac{\upsilon_1^2}{2r_2^4}\cdot\rho_\nu(r_1 - r_2)(r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2) \Longrightarrow$$

$$\upsilon_1 = r_2^2 \cdot \sqrt{\frac{2(\rho_\nu - \rho_\lambda)g}{\rho_\nu(r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2)}}$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_3 = \frac{A_1}{A_2}\upsilon_1 = r_1^2 \cdot \sqrt{\frac{2(\rho_\nu - \rho_\lambda)g}{\rho_\nu(r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2)}}$$

Η παροχή είναι $\Pi = A_1 \cdot \upsilon_1 = \pi r_1^2 r_2^2 \cdot \sqrt{\frac{2(\rho_\nu - \rho_\lambda)g}{\rho_\nu (r_1 + r_2)(r_1^2 + r_2^2)}}$

εφαρμογή με τα δεδομένα της άσκησης $r_1 = 3,09cm$,$r_2 = 1,784cm$

$$\Pi = \pi \cdot 9 \cdot 10^{-4} \cdot 1.784^2 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{2000}{4,784 \cdot 10 \cdot 12.7 \cdot 10^{-4}}} \cong 18.14 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{s}$$

$$= 0,01814 \frac{L}{s} = \mathbf{18.14\ cm^3/s}$$

$\boldsymbol{v_1} = 1,784^{\mathbf{2}} \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{\frac{2000}{47,8 \cdot 12.7 \cdot 10^{-4}}} = 0.0587 \frac{m}{s} = \mathbf{5,78\ cm/s}$,

$\boldsymbol{v_2} = \boldsymbol{v_3} = (\frac{r_1}{r_2})^{\mathbf{2}}.\upsilon_1 = \mathbf{3}\boldsymbol{v_1} = \mathbf{17.3\ cm/s}$

Παρατηρούμε ότι η παροχή Π και οι ακτίνες r_1 και r_2 των σωλήνων καθορίζουν τη μη ροή του λαδιού στο νερό και την παραμονή του στον εύκαμπτο σωλήνα!!

Κορκίζογλου Πρόδρομος