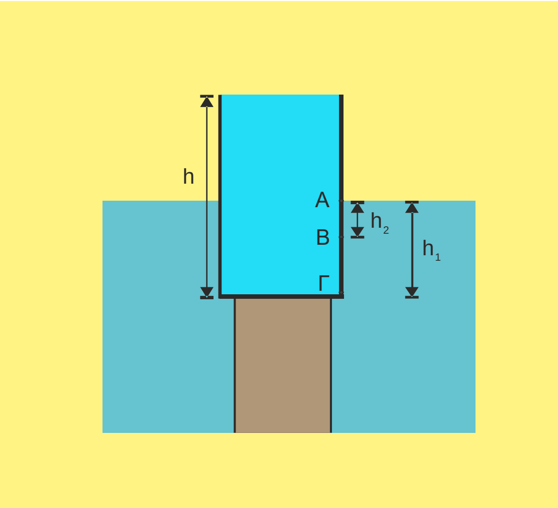
Οι τρεις οπές

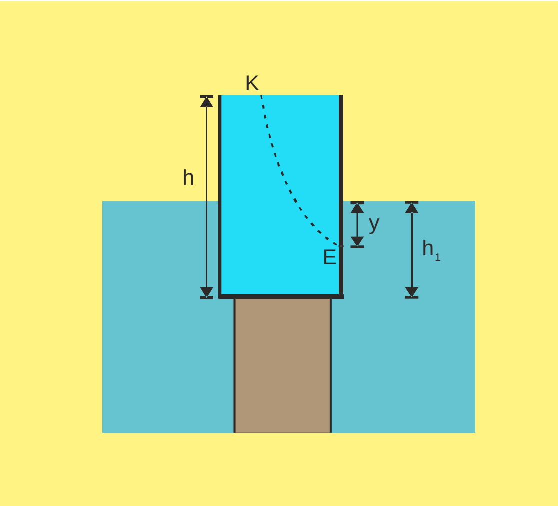


Μια ανοιχτή στην ατμόσφαιρα δεξαμενή ύψους h στηρίζεται σε βάση, η οποία είναι στερεωμένη στον πυθμένα λίμνης. Η δεξαμενή είναι γεμάτη νερό και είναι βυθισμένη στη λίμνη κατά h_1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο τοίχωμα της δεξαμενής ανοίγουμε τρεις οπές Α,Β, Γ με εμβαδό διατομής πολύ μικρότερο του εμβαδού επιφανείας της δεξαμενής. Η οπή Α βρίσκεται στη διαχωριστική επιφάνεια του νερού της λίμνης με τον ατμοσφαιρικό αέρα. Η οπή Β βρίσκεται σε βάθος h_2 από την επιφάνεια του νερού της λίμνης και η Γ στον πυθμένα της δεξαμενής. Για τα μέτρα των ταχυτήτων εκροής του νερού από τις οπές ισχύει:

α. $\upsilon_A < \upsilon_B < \upsilon_\Gamma$ β. $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon_\Gamma$ γ. $\upsilon_A > \upsilon_B > \upsilon_\Gamma$

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας g, η πυκνότητα του νερού της δεξαμενής είναι ίση με την πυκνότητα του νερού της λίμνης και η ροή του νερού είναι στρωτή και μόνιμη.

Απάντηση



Έστω τυχαίο σημείο Ε στο τοίχωμα της δεξαμενής, το οποίο βρίσκεται σε βάθος y από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού της λίμνης, όπου προφανώς $0 \le y \le h_1$. Ανοίγουμε στο Ε οπή, εμβαδού διατομής πολύ μικρότερου του εμβαδού επιφανείας της δεξαμενής. Εφαρμόζουμε το νόμο Bernoulli σε μια ρευματική γραμμή, η οποία συνδέει ένα σημείο Κ στην επιφάνεια του νερού της δεξαμενής και το σημείο Ε στην έξοδο του νερού από την οπή, θεωρώντας επίπεδο αναφοράς μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την οπή:

$$P_K + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_K^2 + \rho\cdot g\cdot(h - h_1 + y) = P_E + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_E^2 \quad (1)$$

όμως $P_K = P_{ATM}$, $\upsilon_K = 0$, ενώ το νερό της λίμνης είναι ακίνητο, οπότε:

$$P_E = P_{ATM} + \rho\cdot g\cdot y$$

Έτσι η σχέση (1) γίνεται:

$$P_{ATM} + \rho\cdot g\cdot(h - h_1 + y) = P_{ATM} + \rho\cdot g\cdot y + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_E^2 \rightarrow \upsilon_E = \sqrt{2\cdot g\cdot(h - h_1)}$$

Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα εκροής του νερού από το σημείο Ε δεν εξαρτάται από το βάθος του ως προς την ελεύθερη επιφάνεια του νερού της λίμνης. Έτσι για τα μέτρα των ταχυτήτων εκροής του νερού από τις οπές ισχύει $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon_\Gamma = \sqrt{2\cdot g\cdot(h - h_1)}$ (σωστή η πρόταση (β)).

Παπάζογλου Αποστόλης