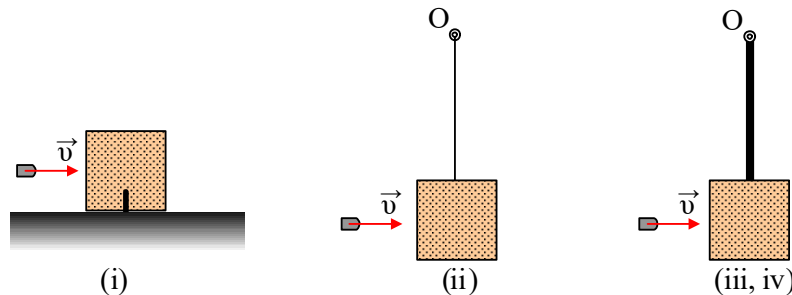


## 6. Επαναληπτικά θέματα. Ομάδα Β.

### 1) Απόλεια μηχανικής ενέργειας σε κρούση.



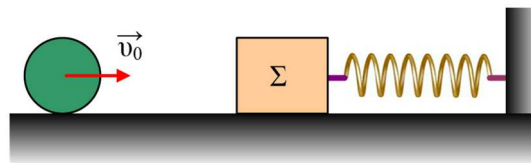
Ένα βλήμα μάζας  $0,1\text{kg}$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v=100\text{m/s}$  σφηνώνεται σε ακίνητο ξύλο μάζας  $1,9\text{kg}$ . Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση, όταν το ξύλο είναι:

- i) πακτωμένο στο έδαφος.
- ii) κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους  $\ell$ .
- iii) κρέμεται στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους  $\ell$ , το άλλο άκρο της οποίας μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα..
- iv) κρέμεται στο άκρο της παραπάνω ράβδου, η οποία έχει μάζα  $3\text{kg}$ .

Σε ποια από τις παραπάνω περιπτώσεις το έργο της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα από το ξύλο, είναι μεγαλύτερο (κατά απόλυτο τιμή);

Δίνεται για την ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I= 1/3 m_1 \cdot \ell^2$ .

### 2) Μια κρούση σφαίρας και αυτή.... η τριβή....



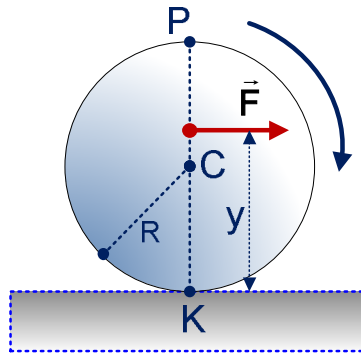
Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M=20\text{kg}$  ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής  $\mu_s=0,075$ , δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=50\text{N/m}$  που έχει το φυσικό του μήκος. Μια σφαίρα μάζας  $m_1=10\text{kg}$  και διαμέτρου  $2R=h$ , όπου  $h$  το ύψος του σώματος  $\Sigma$ , η οποία δεν παρουσιάζει τριβή με το επίπεδο, κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει με ταχύτητα κέντρου μάζας  $v_0=1,5\text{m/s}$  και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma$ . Στη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται δύναμη τριβής μεταξύ σφαίρας και σώματος  $\Sigma$ .

- i) Πόσο τοις εκατό μειώνεται η κινητική ενέργεια της σφαίρας λόγω κρούσης;
- ii) Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, μέχρι τη θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$ ;
- iii) Πόσο συνολικά διάστημα θα διανύσει το σώμα  $\Sigma$  μέχρι να σταματήσει και ποια τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του στην θέση που σταματά;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της  $I= \frac{2}{5} m_1 \cdot R^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

### 3) Κυκλικός Δίσκος ο οποίος Δέχεται Εξωτερική Δύναμη & Εκτελεί Κόλιση Χωρίς Ολίσθηση

Ένας κυκλικός δίσκος μάζας  $m=4\text{Kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή  $t=0$ , ασκείται στον κυκλικό δίσκο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=15\text{N}$  & αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει (ο συντελεστής τριβής  $\mu$  σε κάθε περίπτωση παίρνει την ελάχιστη δυνατή τιμή) κατά μήκος του οριζοντίου επιπέδου. Εάν ο φορέας της δύναμης βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου και απέχει απόσταση  $y$  από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

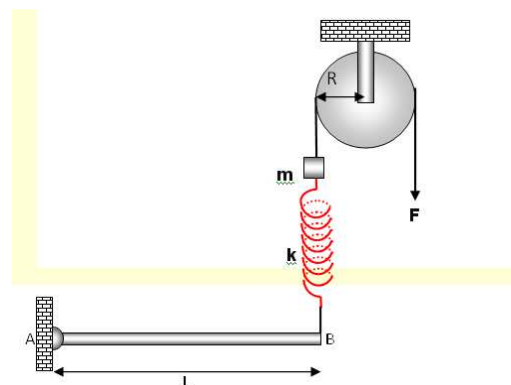


- i) 1. Να προσδιορίσετε τις παρακάτω συναρτήσεις και να κατασκευάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.
- ii) α)  $\alpha = f(y)$  β)  $T = f(y)$  γ)  $\mu_{\min} = f(y)$
- iii) 2. Ποια η φορά και ποιο το μέτρο της τριβής, όταν η δύναμη  $F$  ασκείται στα σημεία C, P;
- iv) 3. Σε πόση απόσταση ( $y$ ) από το οριζόντιο επίπεδο πρέπει να ασκηθεί η δύναμη  $F$ , ώστε η συνολική δύναμη που δέχεται ο κυκλικός δίσκος από αυτό να είναι ίση με το βάρος του;
- v) 4. Αν σε κάποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια του κυκλικού δίσκου είναι  $K=90\pi\text{ J}$  και η δύναμη  $F$  ασκείται σε απόσταση από το οριζόντιο επίπεδο ίση με εκείνη που προκύπτει από το ερώτημα 3, να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο κυκλικός δίσκος καθώς και το διάστημα που έχει διανύσει ως αυτή τη χρονική στιγμή.

$$\text{Δίνεται: } I_{cm} (\text{κυκλικού δίσκου}) = \frac{1}{2}mr^2, g = 10\text{ m/s}^2$$

### 4) Μια τροχαλία σε ισορροπία, αλλά και σε περιστροφή

Δίνεται η διάταξη του παρακάτω σχήματος: Η ράβδος AB, μάζας  $M=2\text{kg}$  και μήκους  $L=1\text{m}$  ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια της άρθρωσης A και του κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ . Στο άνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο μικρό σώμα, μάζας  $m=1\text{kg}$ , το οποίο με τη σειρά του είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το οποίο διέρχεται από το αυλάκι του δίσκου της σταθερής τροχαλίας, ακτίνας  $R$ . Στο άλλο άκρο του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ . Να βρεθούν:

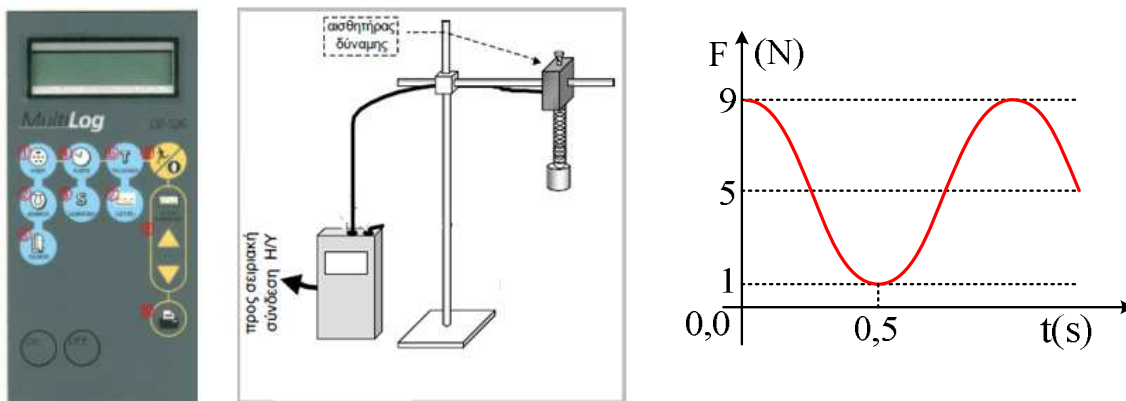


- i) Η δύναμη  $F$  και η παραμόρφωση του ελατηρίου.  
 ii) Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται ελάχιστα πιο πάνω από το άκρο  $B$  της ράβδου, έτσι ώστε το ελατήριο να μη συνδέεται πλέον με τη ράβδο. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\varphi=30^\circ$  με την κατακόρυφη και πόση είναι η δύναμη από την άρθρωση τη στιγμή εκείνη, στη διεύθυνση της ράβδου;  
 iii) Ο ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας της ράβδου τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία  $\varphi'=60^\circ$  με την κατακόρυφη.

Δίνονται:  $g=10\text{m/s}^2$  και για τη ράβδο  $I_{\text{cm}}=ML^2/12$ .

### 5) Η δύναμη του ελατηρίου σε μια AAT.

Με τη βοήθεια του MultiLog πήραμε τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου στην περίπτωση ενός σώματος που ταλαντώνεται κατακόρυφα, στο άκρο ελατηρίου, η οποία είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



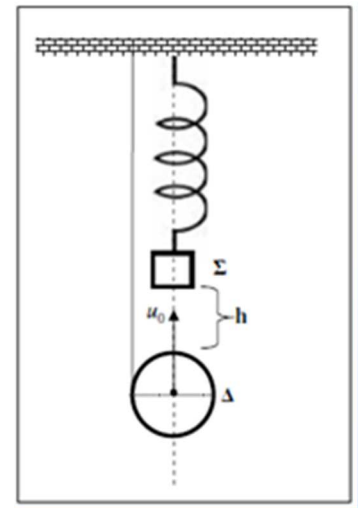
- i) Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε από τη γραφική παράσταση, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.  
 α) Το ελατήριο είναι σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης τεντωμένο.  
 β) Τη στιγμή  $t=0$  το σώμα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.  
 γ) Τη στιγμή  $t'=0,25\text{s}$  το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του.  
 δ) Τη στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$  το σώμα έχει επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω.  
 ii) Να βρεθεί η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται, καθώς και η περίοδος ταλάντωσης.  
 iii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.  
 iv) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1=0,25\text{s}$  και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του;

Δίνονται ότι η μάζα του ελατηρίου θεωρείται αμελητέα  $g=10\text{m/s}^2$  και  $\pi^2 \approx 10$ .

### 6) Ένα γιο-γιο και μια ταλάντωση

Μικρό σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $m=1\text{kg}$  ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=100\text{N/m}$  το άνω άκρο του οποίου είναι δέσιμο. Γιογίο αποτελείται από κυκλική λεπτή ομογενή άκαμπτη στεφάνη ( $\Delta$ ), μάζας  $M=3\text{kg}$ , τυλιγμένη με αβαρές μη εκτατό νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος είναι δεμένο. Προσδίδουμε στη στεφάνη ( $\Delta$ ) κατακόρυφη μεταφορική ταχύτητα  $u_0$  και αυτή ανέρχεται

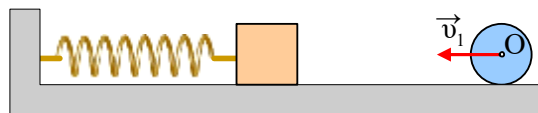
περιστρεφόμενη περί του κέντρου της καθώς το νήμα τυλίγεται χωρίς ολίσθηση παραμένοντας κατακόρυφο. Το κέντρο της κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



- Η στεφάνη (Δ) έχει μηδενική ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο σώμα (Σ). Αν η διάρκεια της ανοδικής κίνησής της είναι  $\Delta t=2\text{s}$  να υπολογίσετε την αρχική κατακόρυφη απόσταση  $h$  μεταξύ στεφάνης (Δ) και σώματος (Σ).
- Να υπολογίσετε την ακτίνα  $R$  της στεφάνης (Δ) αν το μέτρο της στροφορμής είναι  $L_1=15\text{Kgm}^2$  όταν η κινητική της ενέργεια είναι  $K_175\text{J}$ .
- Η στεφάνη (Δ) προσκολλάται στο σώμα (Σ) και την ίδια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης θεωρώντας  $t_0=0$  τη στιγμή επαφής. Θεωρήστε τον ημιάξονα  $Oy$  προσανατολισμένο κατακόρυφα προς τα επάνω και το συσσωμάτωμα σημειακό αντικείμενο.

### 7) Ελαστική κρούση σφαίρας με ταλαντούμενο κύβο.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει μια σφαίρα ακτίνας  $R$  και μάζας  $1\text{kg}$  με ταχύτητα κέντρου μάζας  $v_1=3\text{m/s}$ , κατευθυνόμενη προς έναν κύβο πλευράς  $a=2R$  και μάζας  $2\text{kg}$  ο οποίος ταλαντώνεται με πλάτος  $0,5\text{m}$ , στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς  $k=800\text{N/m}$ . Η ταχύτητα του κέντρου  $O$  της σφαίρας έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα.



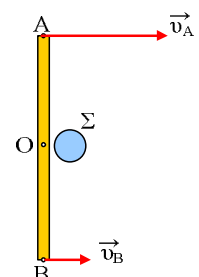
Μετά την μετωπική ελαστική κρούση των δύο σωμάτων, η σφαίρα κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα κέντρου μάζας μέτρου  $v_1'=9\text{m/s}$ .

- Να βρεθεί η ταχύτητα του κύβου πριν την κρούση.
- Κατά ποιο ποσοστό αυξήθηκε η κινητική ενέργεια της σφαίρας κατά την κρούση;
- Κατά ποιο κλάσμα μειώθηκε η ενέργεια ταλάντωσης του κύβου;
- Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου επαφής της σφαίρας με το έδαφος, μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της  $I=2/5 MR^2$  και ότι κατά την κρούση μεταξύ σφαίρας και κύβου δεν αναπτύσσεται τριβή.

### 8) Μια σύνθετη κίνηση και μια κρούση.

Μια ομογενής ράβδος μήκους  $\ell=1\text{m}$  και μάζας  $1\text{kg}$  κινείται οριζόντια στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης, χωρίς τριβές και σε μια στιγμή, όπου τα άκρα της έχουν ταχύτητες της ίδιας φοράς με μέτρα  $v_A=6\text{m/s}$  και  $v_B=2\text{m/s}$ , συγκρούεται ελαστικά με μια μικρή σφαίρα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο, μάζας  $1\text{kg}$ , η οποία ήταν ακίνητη, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα Σ κτυπά τη ράβδο στο μέσον της  $O$ .



- i) Υπολογίστε την ταχύτητα του μέσου Ο, καθώς και την κινητική ενέργεια της ράβδου, πριν την κρούση.  
 ii) Να βρεθούν οι κινήσεις που θα εκτελέσουν τα δυο σώματα μετά την κρούση.

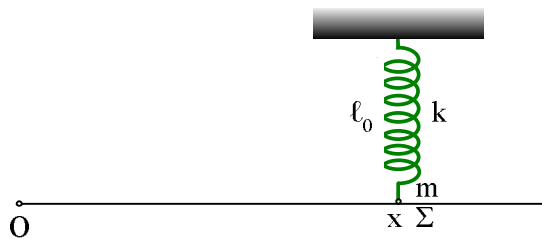
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της  $I = M\ell^2/12$ .

### 9) Αρμονικό κύμα και ταλάντωση.

Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οx, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η πηγή του κύματος, που βρίσκεται στο αριστερό άκρο Ο του ελαστικού μέσου, την χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στην Θ.Ι. κινούμενη με  $u>0$  και ταλαντώνεται με πλάτος 10cm. Τα κύματα που παράγει έχουν συχνότητα 20 Hz, ενώ η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισοροπίας δύο υλικών σημείων του μέσου που οι ταλαντώσεις τους έχουν διαφορά φάσης  $2\pi$  rad ισούται με 0.2m.

- i) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.  
 ii) Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται στον θετικό ημιάξονα Οx.  
 iii) Να παραστήσετε γραφικά τη φάση των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή Ο την χρονική στιγμή 1s.

Σε απόσταση 6m από το Ο βρίσκεται ένα υλικό σημείο Σ μάζας 10gr που είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου όπως φαίνεται στο σχήμα.

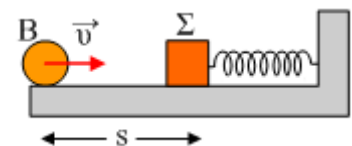


- iv) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή ξεκινά να ταλαντώνεται και ποια είναι η σταθερά του ελατηρίου ώστε το σύστημα ελατηρίου-μάζας να ταλαντώνεται σε συντονισμό με την πηγή Ο.  
 v) Να βρείτε το πλάτος του διαμήκους κύματος, που διαδίδεται στο ελατήριο.

Δίνεται :  $\pi^2 \approx 10$ .

### 10) Μια μετωπική κρούση και μια ταλάντωση με περίεργη αρχική φάση.

Μια σφαίρα μάζας  $m=1\text{kg}$  εκτοξεύεται για  $t=0$  με ταχύτητα  $v_1$  από το σημείο Β, το οποίο απέχει απόσταση  $s=3\text{m}$  από ακίνητο σώμα Σ, το οποίο ηρεμεί δεμένο στο άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=20\text{N/m}$ . Μετά από λίγο η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Σ, το οποίο μετά την κρούση εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση:



$$x = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \eta \mu(\pi t - \pi) \text{ (μονάδες S.I.)}$$

Αν το επίπεδο είναι λείο και η διάρκεια της κρούσεως αμελητέα, η προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, ενώ  $\pi^2 \approx 10$ , ζητούνται:

- i) Η ταχύτητα  $v_1$  της σφαίρας.

- ii) Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα θα ξαναπεράσει από το σημείο B.  
 iii) Πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή τα δύο σώματα;

### 11) Σύνθεση Ταλαντώσεων και κύμα.

Το σημείο O γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα  $x'Ox$ , εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α. Α. Τ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, κάθετα στον άξονα  $x'x$  και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις:

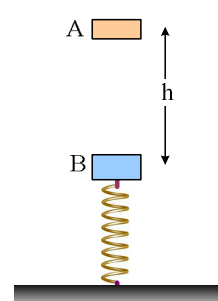
$$y_1 = 0,1\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3})(S.I) \text{ και } y_2 = 0,1\sqrt{3}\eta\mu(10\pi t - \frac{\pi}{6})(S.I).$$

- i) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο O.  
 ii) Θεωρούμε το σημείο O σαν πηγή αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του  $Ox$  ημιιάξονα. Αν τη χρονική στιγμή  $t_1$  που η πηγή ολοκληρώνει δύο ταλαντώσεις το κύμα φθάνει σε ένα σημείο Γ που απέχει από την πηγή  $x_{\Gamma} = 20cm$ , να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής.  
 iii) Η φάση της ταλάντωσης ενός σημείου K του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή  $t_1$  ισούται με  $\varphi_K = \frac{3\pi}{2}$ . Ποια χρονική στιγμή ξεκίνησε να ταλαντώνεται το σημείο αυτό; Να εξετάσετε προς τα πού θα κινηθεί το σημείο K αμέσως μετά τη στιγμή  $t_1$ .  
 iv) Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου K και του πιο μακρινού σημείου H (από την πηγή O) του ελαστικού μέσου που αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή  $t_2 = 0,7s$ .  
 v) Να βρείτε τον αριθμό των υλικών σημείων του μέσου, μεταξύ των K, H που έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα με την πηγή κάθε στιγμή.  
 vi) Να βρείτε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου, τη χρονική στιγμή  $t_2 = 0,7s$ , έχουν μέγιστη κινητική και πόσα έχουν δυναμική ίση με  $\frac{U_{\max}}{4}$ .

### 12) Ελαστική κρούση και ΑΑΤ.

Ένα σώμα A μάζας  $1,2kg$  για  $t=0$  αφήνεται να πέσει από ύψος  $h=5m$  πάνω σε δεύτερο σώμα B μάζας  $2kg$ , που ηρεμεί στο ανώτερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=8\pi^2=80N/m$ . Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και διαρκεί απειροελάχιστα, ενώ  $g=10m/s^2$ :

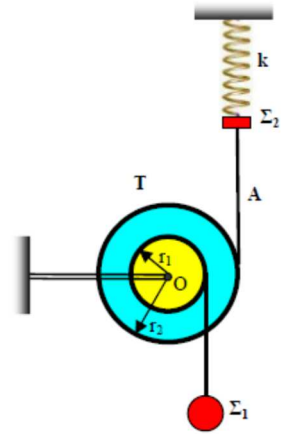
- i) Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος A, μεταφέρεται στο σώμα B κατά την κρούση.  
 ii) Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν την χρονική στιγμή  $t_1 = 0,5s$ , δεχόμενοι ότι το σώμα B θα εκτελέσει ΑΑΤ.



### 13) Ισορροπία – περιστροφή - ταλάντωση

Μια διπλή τροχαλία  $\Gamma$ , αποτελείται από δυο ομόκεντρες ομογενείς τροχαλίες με ακτίνες  $r_1 = 0,2 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0,4 \text{ m}$  και μάζες  $M_1 = M_2 = 3,2 \text{ kg}$ . Οι δυο τροχαλίες συνδέονται μεταξύ τους έτσι ώστε να μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές, σαν ένα στερεό γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο τους  $O$  και είναι κάθετος στο επίπεδό τους.

Στα αυλάκια των τροχαλιών, έχουν τυλιχτεί δυο αβαρή σταθερού μήκους νήματα, στα ελεύθερα άκρα των οποίων είναι δεμένα τα σώματα  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_2$ , είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ , και το σύστημα ισορροπεί σε ηρεμία. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



A. Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων και τη επιμήκυνση του ελατηρίου.

B. Κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα  $\Sigma_2$  με την μεγάλη τροχαλία στο σημείο A.

Να υπολογίσετε:

- Την μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα  $\Sigma_2$ .
- Την επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma_1$ .
- Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , τη χρονική στιγμή που το  $\Sigma_2$  θα σταματήσει να κινείται για δεύτερη φορά, μετά τη χρονική στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται.
- Την γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, τη χρονική στιγμή που το  $\Sigma_1$  θα έχει μετατοπιστεί κατά  $h = 16 \text{ m}$  από το σημείο που ξεκίνησε να κινείται.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της, υπολογίζεται με τη σχέση  $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ .

#### 14) Ταλάντωση μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ , φορτισμένο με φορτίο  $q=+6.4 \cdot 10^{-3}\text{C}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k=64\text{N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Στην περιοχή υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που η έντασή του  $E=10^3\text{N/C}$  έχει διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου και φορά όπως φαίνεται στην εικόνα.

A. i) ναδειχτεί ότι το ελατήριο είναι παραμορφωμένο

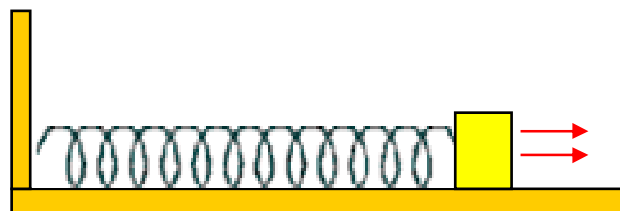
ii) να βρεθεί η παραμόρφωση του ελατηρίου

B. κάποια χρονική στιγμή που θεωρείται αρχή των χρόνων καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο

iii) ναδειχτεί ότι το σώμα θα πραγματοποιήσει στη συνέχεια γραμμική αρμονική ταλάντωση

iv) να βρεθεί το πλάτος, η περίοδος και η κυκλική συχνότητα αυτής της ταλάντωσης

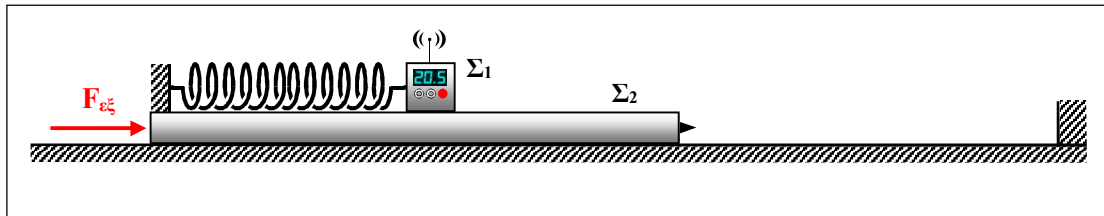
v) να γραφεί η εξίσωσης της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης



15) Τεμαχισμός ελατηρίου.

Ιδανικό ελατήριο έχει φυσικό μήκος  $l_0$  και σταθερά  $k$ . Κόβουμε το ελατήριο σε δύο κομμάτια με μήκη  $l_1, l_2$  τέτοια ώστε  $l_1/l_2=2/3$ . Στερεώνουμε τα ελατήρια με το ένα τους άκρο σε οροφή και στο άλλο άκρο συνδέουμε στο καθένα σώμα μάζας  $m$ . Εκτρέπουμε τα σώματα από τη Θ.Ι και τα αφήνουμε ελεύθερα να εκτελέσουν Α.Α.Τ Να βρείτε το λόγο των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων.

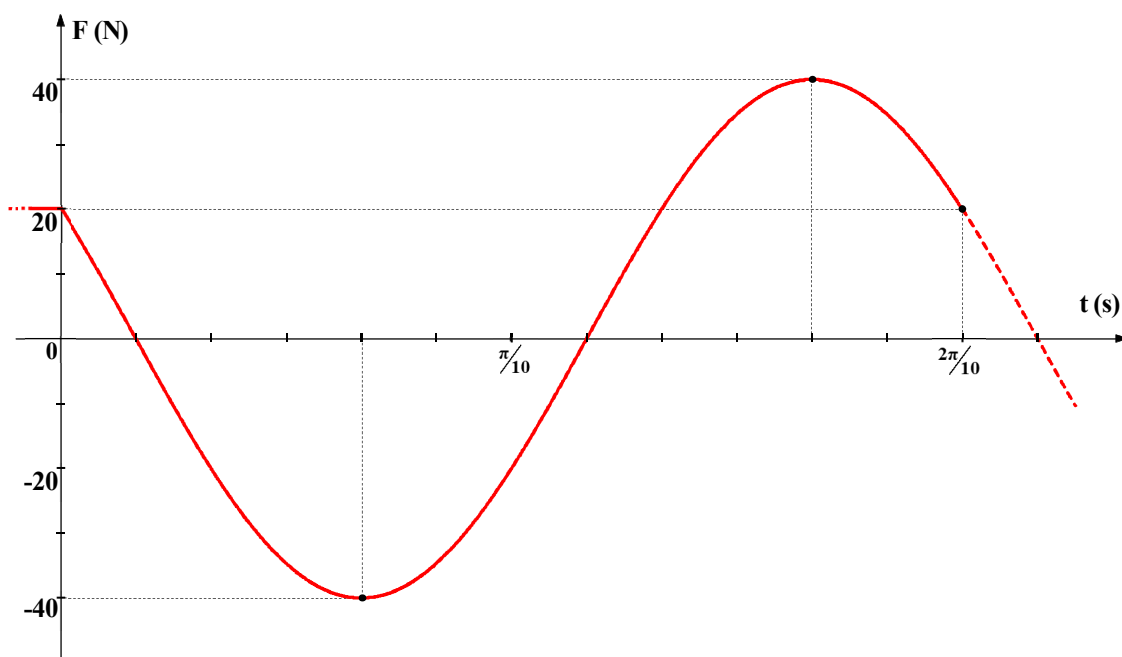
16) Ένα απότομο σταμάτημα και μια ταλάντωση



Η πλατφόρμα ( $\Sigma_2$ ) του σχήματος έχει μάζα  $M = 3\text{kg}$  και έχει πάνω της στερεωμένο με κατάλληλη βάση οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k = 200\text{N/m}$ , όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο, μέσω του αισθητήρα του, ένα ... ασύρματο multilog ( $\Sigma_1$ ), που έχει μάζα  $m = 2\text{kg}$ .

Σταθερή οριζόντια δύναμη  $F_{εξ}$  ασκείται στο σύστημα και το μετακινεί προς τα δεξιά έτσι ώστε το σώμα ( $\Sigma_1$ ) να παραμένει ακίνητο ως προς το ( $\Sigma_2$ ).

Κάποια στιγμή η πλατφόρμα συναντά ακλόνητο εμπόδιο και ακινητοποιείται απότομα, ενώ το σώμα ( $\Sigma_1$ ) αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η καταγραφή της δύναμης που δέχεται ο αισθητήρας του, όπου η στιγμή  $t=0$  είναι η στιγμή της ακινητοποίησης και ως θετική φορά θεωρείται η φορά της αρχικής κίνησης:

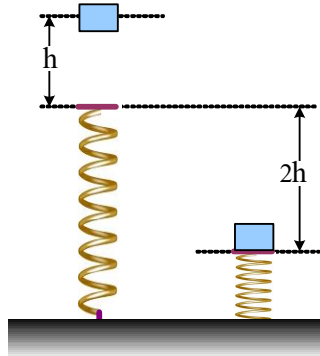


Ζητούνται:



- i) Το μέτρο της δύναμης  $F_{εξ}$ .  
 ii) Η ταχύτητα  $v$  που είχε το σύστημα τη στιγμή της πρόσκρουσης με το εμπόδιο.  
 (Όλες οι επιφάνειες θεωρούνται λείες.)

**17) Πόσο χρόνο διαρκεί η επαφή με το ελατήριο;**



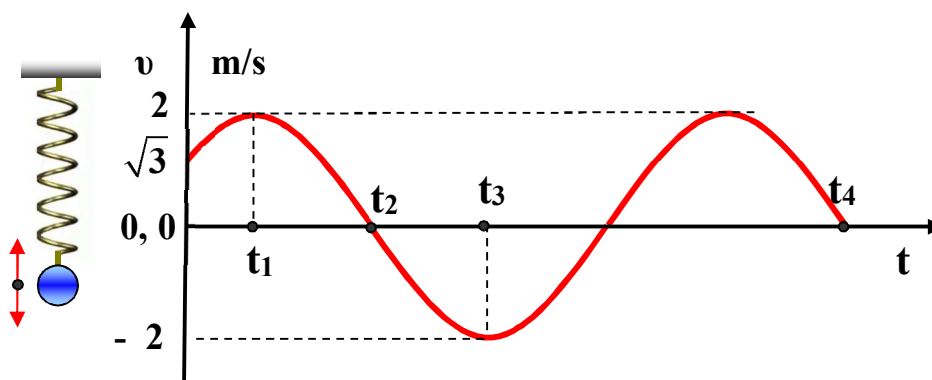
Αφήνεται ένα σώμα να πέσει από ύψος  $h=6\text{cm}$ , πάνω στο ελεύθερο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Παρατηρούμε δε, ότι προκαλεί συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $2h=12\text{cm}$  πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.

- i) Να αποδείξετε ότι για όσον χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, η κίνησή του είναι ΑΑΤ.  
 ii) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης.  
 ii) Να υπολογιστεί ο χρόνος που το σώμα θα βρίσκεται σε επαφή, (μέχρι τη στιγμή που κινούμενο προς τα πάνω εγκαταλείπει το ελατήριο).

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$  και  $\pi^2 \approx 10$ .

**18) Αξιοποίηση του διαγράμματος ταχύτητας - χρόνου**

Ένα σώμα μάζας  $m = 4\text{ kg}$  είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο.



Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο όπου  $t_4 - t_2 = \pi/5\text{ s}$ . Με δεδομένο ακόμη ότι, τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω να υπολογίσετε :

- i) Την απομάκρυνση  $x_0$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .  
 ii) Την συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου  $x = f(t)$  και να την παραστήσετε γραφικά.

- iii) Τις χρονικές στιγμές  $t_1$ ,  $t_2$  και  $t_3$ .
- iv) Την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου την χρονική στιγμή  $t = t_2$ .
- v) Την δυναμική ενέργεια λόγω της ταλάντωσης την χρονική στιγμή  $t = t_2$
- vi) Τις τιμές των παρακάτω μεγεθών από  $t = 0$  μέχρι  $t = t_2$ 
  - α. έργο της δύναμης επαναφοράς
  - β. έργο της δύναμης του ελατηρίου
  - γ. έργο του βάρους

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

### 19) Α.Α.Τ και μέγιστο επιτρεπτό πλάτος.

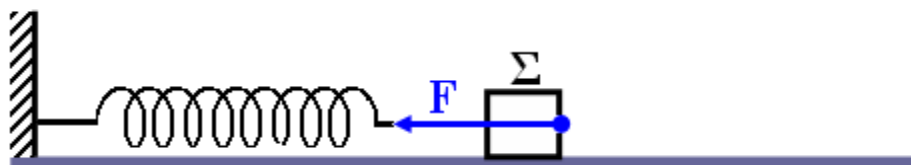
Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο με σταθερά  $k = 100 \text{ N/m}$  έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο και στο άλλο έχει συνδεθεί σώμα μάζας  $m_1 = 1,5 \text{ kg}$  που είναι συνδεδεμένο μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος μήκους  $\ell = 0,18 \text{ m}$  με άλλο σώμα μάζας  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ . Το όριο θραύσης του νήματος είναι  $T_{\theta\rho} = 15 \text{ N}$ . Καθώς το σύστημα ισορροπεί το εκτρέπουμε προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή

αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$ .

- i) Να υπολογιστεί το μέγιστο πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελέσει το σώμα μάζας  $m_2$ .
- ii) Εκτρέπουμε το σύστημα προς τα κάτω κατά  $A = 0,05 \text{ m}$  και το αφήνουμε να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  που το σώμα μάζας  $m_1$  βρίσκεται σε απόσταση  $x = 0,03 \text{ m}$  πάνω από τη θέση αρχικής ισορροπίας του και κινείται με φορά προς τα πάνω, κόβουμε το νήμα. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο  $y_1 = y_1(t)$  για την απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα μάζας  $m_1$ . Δίνεται ότι η θετική φορά των απομακρύνσεων είναι προς τα κάτω.
- iii) Να υπολογιστεί η απόσταση  $d$  των σωμάτων  $m_1$  και  $m_2$  τη χρονική στιγμή, που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος μάζας  $m_1$ ,

Να θεωρήσετε ότι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi = 3,14$ ,  $\pi^2 = 10$ ,  $\sqrt{3} = 1,732$ .

### 20) Τρεις ασκήσεις με το ίδιο σχήμα, ίδιο ζητούμενο...



- i) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα  $\Sigma$ . Το σώμα  $\Sigma$  είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια

δύναμη , μέτρου  $F=10\text{N}$  , και συμπιέζουμε το ελατήριο. Όταν συμπιέσουμε το ελατήριο κατά  $\Delta \ell =5\text{ cm}$  σταματάμε να ασκούμε την δύναμη  $F$  και αφήνουμε το σώμα  $\Sigma$  να ταλαντωθεί ελεύθερα.

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του  $\Sigma$

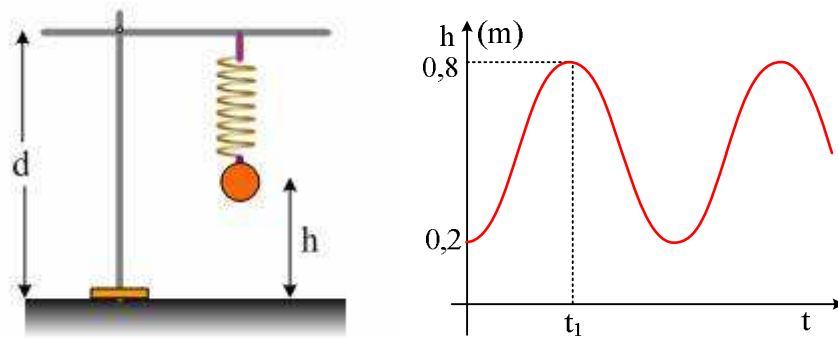
- ii) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα  $\Sigma$ . Το σώμα  $\Sigma$  είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=20\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα.. Το ελατήριο στη αρχική θέση ισορροπίας του  $\Sigma$  είναι στο φυσικό του μήκος. Κάποια χρονική στιγμή αρχίζει να ενεργεί στο  $\Sigma$  σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=8\text{ N}$  προς τα αριστερά .

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του  $\Sigma$ .

- iii) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m=2\text{ Kg}$ . Το σώμα  $\Sigma$  είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=32\text{ N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Την χρονική στιγμή  $t_0=0$  αρχίζουμε να ασκούμε στο σώμα  $\Sigma$  οριζόντια δύναμη  $F$  οπότε το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση , μέτρου  $a=1,8\text{m/s}^2$ . Την χρονική στιγμή  $t_1=\frac{2}{3}\text{ s}$  σταματάμε να ασκούμε τη δύναμη  $F$  οπότε το  $\Sigma$  αρχίζει να ταλαντώνεται.

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του  $\Sigma$ .

### 21) Ταλάντωση και γραφικές παραστάσεις.

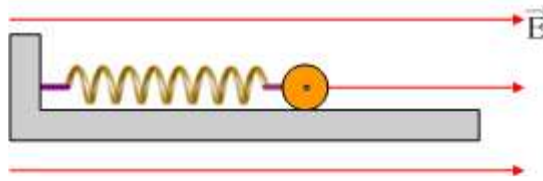


Στο σχήμα φαίνεται μια σφαίρα, μάζας  $2\text{kg}$ , να εκτελεί γ.α.τ κρεμασμένη στο άκρο ελατηρίου με φυσικό μήκος  $l_0=0,4\text{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε απόσταση  $d=1\text{m}$  από το έδαφος. Μετρήσαμε το ύψος  $h$  της σφαίρας από το έδαφος και σχεδιάσαμε την γραφική του παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας την καμπύλη του διπλανού σχήματος.

- Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται η σφαίρα;
- Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.
- Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση σαν θετική.
- Ποια χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα απέχει  $0,8\text{m}$  από το έδαφος για πρώτη φορά;

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

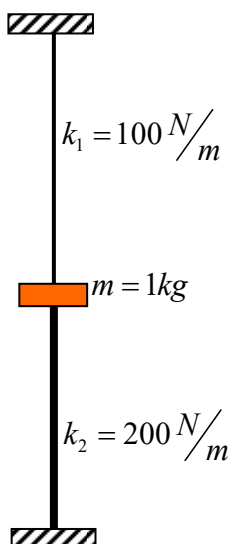
### 22) Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;



Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  φέρει ηλεκτρικό φορτίο  $q=10^{-3}\text{C}$ . Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=10^3\text{N/m}$  το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου  $E=2\cdot 10^5\text{N/C}$ , του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά  $x_0=0,1\text{m}$  και την αφήνουμε να κινηθεί.

- Ν' αποδειχθεί ότι η σφαίρα θα εκτελέσει ΑΑΤ.
- Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή του χρόνου  $t=0$ , θεωρήσουμε τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.
- Αν κατά τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, για το νέο πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας, υποστηρίζεται ότι ισχύει  $A=\Delta l+x_0$ . Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

### 23) Ταλάντωση με δύο λάστιχα εκατέρωθεν.



Το σώμα του σχήματος έχει μάζα  $1\text{kg}$  και ισορροπεί όπως στο σχήμα συνδεδεμένο με δύο ιδανικά αβαρή λάστιχα. Το επάνω έχει τεντωθεί κατά  $0,3\text{m}$ . Αν  $g = 10\text{m/s}^2$  τότε:

- Βρείτε την παραμόρφωση του κάτω λάστιχου.
- Θεωρώντας δεδομένο το ότι με κατάλληλο πλάτος εκτελεί α.α.τ. με  $k = k_1 + k_2 = 300\text{N/m}$ , να υπολογίσετε το μεγαλύτερο επιτρεπόμενο πλάτος της ταλάντωσης.
- Ανεβάζουμε το σώμα κατά  $20\text{cm}$  από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε να κινηθεί. Με ποια ταχύτητα φτάνει στη θέση στην οποία το κάτω λάστιχο αποκτά το φυσικό του μήκος;
- Πόσο θα μετατοπιστεί το σώμα από τη θέση που το αφήσαμε ελεύθερο;

v) Πόσο χρόνο διαρκεί η μετατόπιση αυτή;

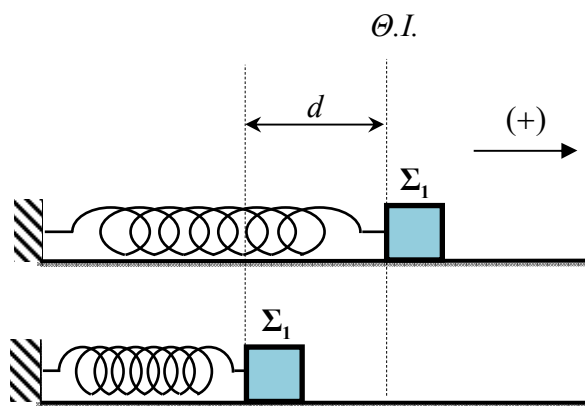
### 24) Μια ταλάντωση, δυο συστήματα αναφοράς

Ένα σώμα μάζας  $m = 4 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στη θέση  $x = 0$  ενός άξονα  $x'x$  και στη συνέχεια κινείται κατά μήκος του άξονα. Αν η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του σώματος αυτού, δίνεται από τη σχέση  $a(x) = 0,2 - x$  στο SI, με  $x \geq 0$  :

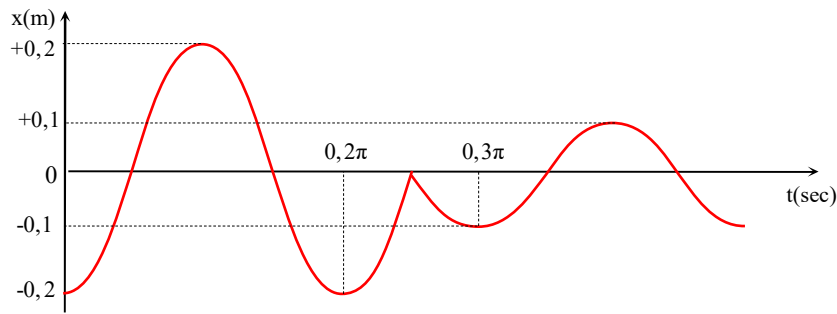
- A. Να αποδείξετε ότι το σώμα αυτό, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση, και να βρείτε την περίοδο της.
- B. Να βρείτε και να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:
- B1. της απομάκρυνσης  $y$  από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ ,  $y = f(t)$
- B2. της απομάκρυνσης από την θέση  $x = 0$ , σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ ,  $x = f(t)$
- Γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.
- Δ. Να βρείτε και να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:
- Δ1. Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ως συνάρτηση του  $x$ ,  $U = f(x)$
- Δ2. Κινητική ενέργεια ως συνάρτηση του  $x$ ,  $K = f(x)$
- Δ3. Χωρικός ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης ως συνάρτηση του  $x$ ,  $\frac{dU}{dx} = f(x)$

### 25) A.A.T. και κρούση

Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ Kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$ , η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη σε κατακόρυφο τοίχο. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το  $\Sigma_1$  κατά απόσταση  $d$  όπως φαίνεται στο σχήμα και την χρονική στιγμή  $t=0$  το αφήνουμε ελεύθερο.

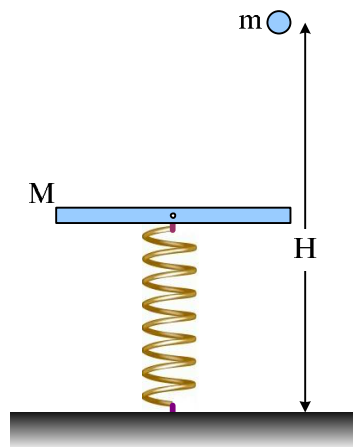


Κάποια στιγμή και ενώ το  $\Sigma_1$  εκτελεί την ταλάντωσή του, τοποθετείται (χωρίς αρχική ταχύτητα) σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ Kg}$  στη διεύθυνση κίνησης του  $\Sigma_1$  και ακολουθεί κεντρική κρούση, η διάρκεια της οποίας θεωρείται αμελητέα. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το  $\Sigma_1$  φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



- i) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.
  - ii) Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  πριν και μετά την κρούση.
  - iii) Να διερευνήσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική.
  - iv) Για ποια άλλη τιμή της μάζας του  $\Sigma_2$  η ολική ενέργεια της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση του με το  $\Sigma_2$  είναι η ίδια;
  - v) Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων όταν το μέτρο της ταχύτητας του  $\Sigma_1$  γίνει ίσο με  $v_1 = v_{\max} \sqrt{3}/2$  για δεύτερη φορά μετά την κρούση;
- $g = 10 \text{ m/s}^2$

### 26) Μια κρούση με ταλάντωση και στροφική κίνηση.



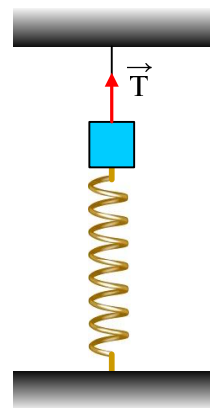
Στο παραπάνω σχήμα το κατακόρυφο ελατήριο έχει σταθερά  $K = 400 \text{ N/m}$  και φυσικό μήκος  $L_0 = 0,9 \text{ m}$ . Η οριζόντια πολύ λεπτή και ελαστική ράβδος έχει μήκος  $L = 1 \text{ m}$ , μάζα  $M$  και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο καρφί που είναι στερεωμένο στο ανώτερο σημείο του ελατηρίου. Ένα μικρό σώμα μάζας  $m$  αφήνεται από τον Βασίλη, που σκέφτηκε αυτή την άσκηση, σε απόσταση  $H = 1,6 \text{ m}$  από το έδαφος και μετά την ελαστική στιγμιαία κρούση με το ένα άκρο της εκτελεί ελεύθερη πτώση.

- i) Ποια η σχέση των δύο μαζών που συγκρούονται ελαστικά;
- ii) Αν  $m = 1 \text{ Kg}$ , κινδυνεύει η οριζόντια ράβδος να συγκρουστεί με το έδαφος;
- iii) Πόσες περιστροφές έχει διαγράψει η ράβδος όταν το μικρό σώμα φτάνει στο έδαφος;
- iv) Ποια η ταχύτητα του άκρου της ράβδου όπου έγινε η κρούση, όταν για πρώτη φορά η ράβδος γίνεται στιγμιαία κατακόρυφη;

Δίνεται ότι το ελατήριο παραμένει συνεχώς κατακόρυφο,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  ενώ για τη ράβδο  $I_{\text{cm}} = ML^2/12$ .

**27) Μια άσκηση σε ένα test.**

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί όπως στο σχήμα, επιμηκύνοντας το κατακόρυφο ελατήριο κατά  $\Delta l = 0,2m$ , ενώ η τάση του νήματος είναι  $T = 60N$ .

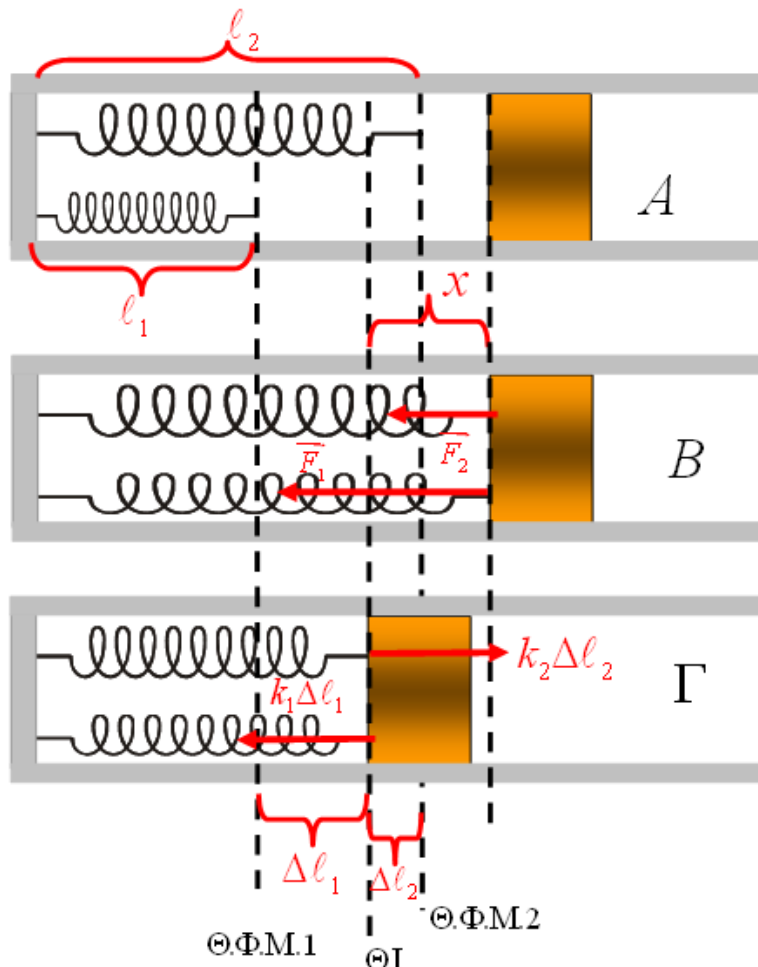


- α) Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.
- β) Σε μια στιγμή  $t=0$ , κόβουμε το νήμα.
  - i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, βρίσκοντας πρώτα την θέση ισορροπίας και το πλάτος της ταλάντωσης.
  - ii) Σε πόσο χρόνο το σώμα θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά; Να υπολογίστε την ταχύτητα αυτή.

δίνεται  $g = 10m/s^2$ .

**28) Δύο ελατήρια με διαφορετικό αρχικό μήκος.**

Δύο αβαρή, ιδανικά, οριζόντια ελατήρια 1 και 2 έχουν φυσικά μήκη  $l_1 = 0,6m$  και  $l_2 = 1m$  και σταθερές  $k_1 = 100 N/m$  και  $k_2 = 300 N/m$ . Το σώμα του σχήματος, μάζας  $m = 4kg$ , κινείται χωρίς τριβές στον οριζόντιο σωλήνα. Στερεώνονται τα ελατήρια πάνω σ' αυτό, το εκτρέπουμε ώστε να απέχει  $1,1m$  από το σημείο πρόσδεσης των ελατηρίων και το αφήνουμε να κινηθεί.

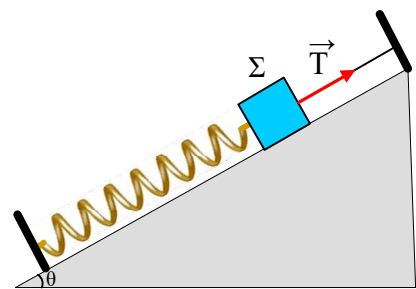


- i) Προσδιορίσατε τη θέση στην οποία το σώμα ισορροπεί και αποδείξτε ότι θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- ii) Γράψτε την εξίσωση θέσης συναρτήσει του χρόνου. Χρονική στιγμή μηδέν αυτή που το αφήνουμε και θετική φορά η προς τα δεξιά.
- iii) Ποια χρονική στιγμή το ελατήριο 2 αποκτά για πρώτη φορά το φυσικό του μήκος;
- iv) Πόση είναι τη στιγμή εκείνη η ταχύτητα του σώματος;
- v) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια κάθε ελατηρίου τη στιγμή εκείνη;
- vi) Να γραφούν οι εξισώσεις των δυναμικών ενεργειών των ελατηρίων συναρτήσει του χρόνου.
- vii) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση του ερωτήματος 3 ;

### 29) Μια ταλάντωση με κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$  ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο  $T=50\text{N}$ . Δίνονται ακόμη η σταθερά του ελατηρίου  $k=200\text{N/m}$ , το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση  $\theta=30^\circ$ , το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο και  $g=10\text{m/s}^2$ .

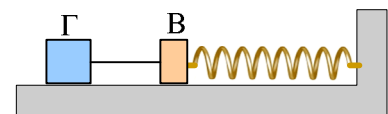
Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.



- i) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.
- ii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης.
- iii) Αφού το σώμα συμπίπτει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει  $d=10\text{cm}$  από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=3\text{kg}$ , το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.
  - α) Ποια η ταχύτητα του  $\Sigma_2$ , ελάχιστα πριν την κρούση;
  - β) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

### 30) Η τάση του νήματος πριν την κρούση.

Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες  $m_1=1\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά  $k=400\text{N/m}$  και το νήμα μήκος  $d$ . Τραβάμε το σώμα



Γ προς τα αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά  $0,4\text{m}$  και για  $t=0$ , αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.

A) Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

B) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή  $t_1=\frac{3\pi}{40}\text{s}$ ,

να βρεθούν:

- i) Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.
- ii) Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) \frac{3\pi}{80}\text{s},$$

$$\beta) \frac{5\pi}{80}\text{s},$$

$$\gamma) \frac{7\pi}{80}\text{s}$$



- iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....