

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Το διάστημα S :

- α. εκφράζει τη χρονική διάρκεια της κίνησης.
- β. είναι διανυσματικό μέγεθος.
- γ. έχει μονάδα στο S.I. το 1m/s .
- δ. εκφράζει το μήκος της τροχιάς του σώματος.

(Μονάδες 5)

A2. Η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx :

- α. δίνεται από τη σχέση $\Delta x = v \cdot t$ σε όλες τις κινήσεις.
- β. μετριέται σε km/h στο S.I.
- γ. δίνεται από τη σχέση $\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}$.
- δ. συμπίπτει πάντα με το διάστημα S που διάνυσε το σώμα.

(Μονάδες 5)

A3. Η επιτάχυνση \vec{a} ενός σώματος:

- α. είναι πάντα ομόρροπη της ταχύτητας \vec{v} .
- β. είναι πάντα ομόρροπη της μεταβολής της ταχύτητας $\vec{\Delta v}$.
- γ. μετριέται στο S.I. με το 1m/s .
- δ. είναι πάντα ομόρροπη με την μετατόπιση.

(Μονάδες 5)

A4. Από το εμβαδόν στο διάγραμμα $a - t$ μπορούμε να υπολογίσουμε:

- α. την μετατόπιση Δx του σώματος.
- β. την ταχύτητα v του σώματος.
- γ. την θέση x του σώματος.
- δ. την μεταβολή της ταχύτητας Δv του σώματος.

(Μονάδες 5)

A5. Προτάσεις Σωστού (Σ) - Λάθους (Λ)

- α. Το διάστημα είναι διανυσματικό μέγεθος.
- β. Από την κλίση στο διάγραμμα $v - t$ βρίσκουμε την ταχύτητα.
- γ. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση \vec{a} και η ταχύτητα \vec{v} έχουν αντιθετη κατεύθυνση.
- δ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι $\vec{v} = \text{σταθερή}$.
- ε. Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι $\vec{a} \neq \text{σταθερή}$.

(Μονάδες $5 \times 1 = 5$)

ΘΕΜΑ Β

B1.

- I. Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα v_0 και επιβράδυνση α . Ο ολικός χρόνος κίνησης t_{stop} και η ολική μετατόπιση x_{stop} του σώματος δίνονται από τις σχέσεις:

$$t_{\text{stop}} = \frac{v_0}{\alpha} \quad \text{και} \quad x_{\text{stop}} = \frac{v_0^2}{2\alpha}$$

Να γίνει η απόδειξη των σχέσεων αυτών.

(Μονάδες 5)

- II. Δυο σώματα (Σ_1) και (Σ_2) εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον άξονα xx' .

Οι εξισώσεις κίνησης των σωμάτων αυτών είναι:

$$\Sigma_1: x_1 = x_0 + v \cdot t, \quad x_0 > 0, \quad v > 0$$

$$\Sigma_2: x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2, \quad v_0 > 0, \quad \alpha > 0$$

Αν γνωρίζουμε ότι τα σώματα θα συναντηθούν δυο φορές μεταξύ τους τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 και το σώμα (Σ_2) ακινητοποιείται μετά από χρόνο t_0 και ισχύει $t_1 + t_2 = t_0$, τότε για τις ταχύτητες v και v_0 ισχύει:

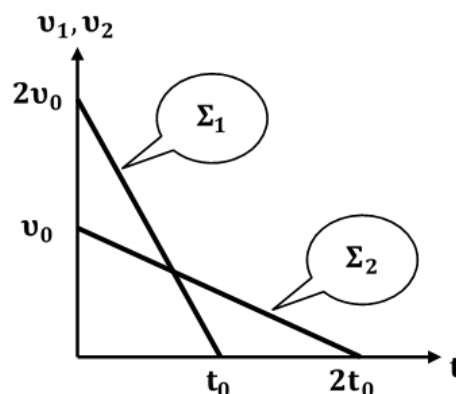
$$\alpha) v_0 = 2v \quad \beta) v_0 = v \quad \gamma) v_0 = \frac{v}{2}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

(Μονάδες 5)

- B2. Δυο σώματα (Σ_1) και (Σ_2) εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον άξονα xx' .

Τα διαγράμματα των ταχυτήτων των σωμάτων αυτών σε κοινό σύστημα αξόνων είναι τα εξής:



- I. Για τις επιταχύνσεις των δυο σωμάτων ισχύει:

$$\alpha) \alpha_1 = 4\alpha_2 \quad \beta) \alpha_1 = 3\alpha_2 \quad \gamma) \alpha_1 = 2\alpha_2$$

(Μονάδες 5)

II. Για τις μετατοπίσεις x_1, x_2 των δυο σωμάτων μέχρι να σταματήσουν να κινούνται ισχύει:

α) $x_1 = 4x_2$ β) $x_1 = 2x_2$ γ) $x_1 = x_2$

(Μονάδες 5)

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να τις δικαιολογήσετε.

B3. Δυο σώματα (Σ_1) και (Σ_2) κινούνται στον άξονα xx' .

Οι εξισώσεις κίνησης των σωμάτων αυτών είναι:

$\Sigma_1: x_1 = t^2$ (S.I.) και $\Sigma_2: x_2 = 20 + t$ (S.I.)

Τα σώματα θα συναντηθούν στην θέση:

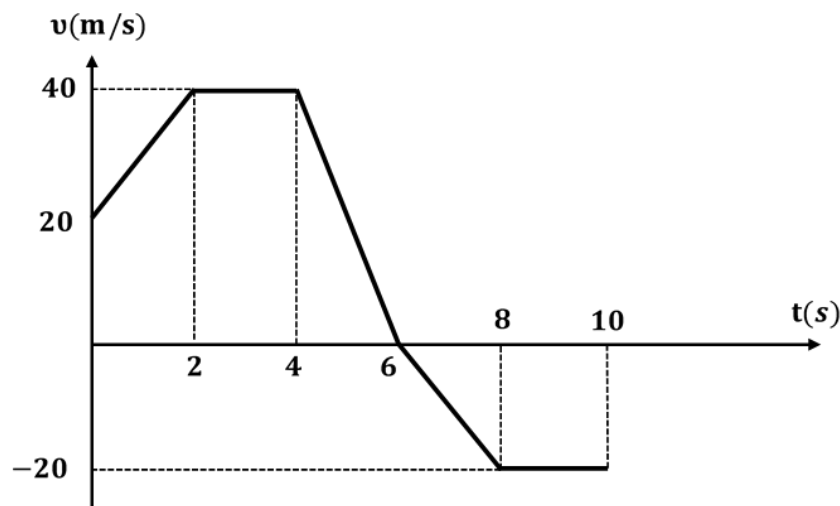
α) 16m β) 20m γ) 25

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Το διάγραμμα $v - t$ για ένα σώμα που κινείται στον άξονα xx' είναι το παρακάτω.



α. Να γίνει η περιγραφή της κίνησης από 0s έως 10s.

(Μονάδες 5)

β. Να βρεθούν $\Delta x_{ολ}$, $S_{ολ}$ και η μέση ταχύτητα $v_{μ}$ της κίνησης.

(Μονάδες 4+4+2=10)

γ. Να κάνετε τα διαγράμματα $a - t$ και $x - t$. Δίνεται $x_0 = 0$.

(Μονάδες 5+5=10)

ΘΕΜΑ Δ

Αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $v_0 = 72\text{km/h}$. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο οδηγός αντιλαμβάνεται σε απόσταση $d = 60\text{m}$ ένα εμπόδιο. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού, δηλαδή το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που βλέπει το εμπόδιο μέχρι να πατήσει το φρένο είναι $\Delta t_{\text{αντ}} = 1\text{s}$. Τα φρένα προσδίδουν στο αυτοκίνητο σταθερή επιβράδυνση μέτρου $\alpha = 10\text{m/s}^2$.

α. Να δείξετε ότι το αυτοκίνητο δεν θα συγκρουστεί με το εμπόδιο.

(Μονάδες 5)

β. Ποιος είναι ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει το αυτοκίνητο από την χρονική στιγμή που ο οδηγός αντιλήφθηκε το εμπόδιο;

(Μονάδες 5)

γ. Ποια είναι η μικρότερη τιμή της επιβράδυνσης του αυτοκινήτου ώστε να αποφεύγεται η σύγκρουση του με το εμπόδιο;

Δίνεται: $\Delta t_{\text{αντ}} = 1\text{s}$, $v_0 = 72\text{km/h}$ και $d = 60\text{m}$.

(Μονάδες 5)

δ. Ποια είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας v_0 του σώματος ώστε να αποφεύγεται η σύγκρουση του με το εμπόδιο;

Δίνεται: $\Delta t_{\text{αντ}} = 1\text{s}$, $\alpha = 8\text{m/s}^2$ και $d = 60\text{m}$.

(Μονάδες 10)

Παρατήρηση 1

Να απαντηθούν ΟΛΑ τα ερωτήματα.

Παρατήρηση 2

Οι τύποι του $t_{\text{stop}} = \frac{v_0}{\alpha}$ και $x_{\text{stop}} = \frac{v_0^2}{2\alpha}$ στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση να χρησιμοποιηθούν χωρίς απόδειξη όπου χρειάζονται εφόσον έχουν αποδειχθεί στο Β1.

Καλή Επιτυχία!!!

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ

ΘΕΜΑ Α

A1.	(δ)
A2.	(γ)
A3.	(β)
A4.	(δ)

A5.									
α.	(Λ)	β.	(Λ)	γ.	(Σ)	δ.	(Σ)	ε.	(Λ)

ΘΕΜΑ Β

B1.

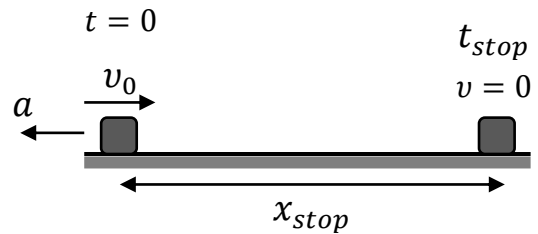
I. Για την επιβραδυνόμενη κίνηση θα ισχύει:

$$v = v_0 - \alpha t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha t_{stop} \Rightarrow t_{stop} = \frac{v_0}{\alpha}$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow x_{stop} = v_0 t_{stop} - \frac{1}{2} \alpha t_{stop}^2 \Rightarrow$$

$$x_{stop} = v_0 \frac{v_0}{\alpha} - \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{v_0}{\alpha} \right)^2 \Rightarrow x_{stop} = \frac{v_0^2}{\alpha} - \frac{1}{2} \alpha \frac{v_0^2}{\alpha^2}$$

$$\Rightarrow x_{stop} = \frac{v_0^2}{2\alpha}$$



II. Σωστή απάντηση το (α)

Για τις δυο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 που συναντιούνται θα ισχύει:

Για τη χρονική στιγμή t_1 :

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x_0 + vt_1 \\ x_2 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{x_1=x_2} x_0 + vt_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha t_1^2 - v_0 t_1 + vt_1 = x_0 \quad (1)$$

Για τη χρονική στιγμή $t_2 > t_1$:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x_0 + vt_2 \\ x_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} \alpha t_2^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{x_1=x_2} x_0 + vt_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} \alpha t_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha t_2^2 - v_0 t_2 + vt_2 = x_0 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \alpha t_2^2 - v_0 t_2 + vt_2 &= \frac{1}{2} \alpha t_1^2 - v_0 t_1 + vt_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha (t_2^2 - t_1^2) - v_0 (t_2 - t_1) + v (t_2 - t_1) = 0 \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \alpha (t_2 + t_1) (t_2 - t_1) - v_0 (t_2 - t_1) + v (t_2 - t_1) &= 0 \Rightarrow (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{2} \alpha (t_2 + t_1) - v_0 + v \right] = 0 \Rightarrow \\ (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{2} \alpha t_{stop} - v_0 + v \right] &= 0 \Rightarrow (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{2} \alpha \frac{v_0}{\alpha} - v_0 + v \right] = 0 \Rightarrow (t_2 - t_1) \left[\frac{v_0}{2} - v_0 + v \right] = 0 \\ \Rightarrow (t_2 - t_1) \left[v - \frac{v_0}{2} \right] &= 0 \xrightarrow{t_2 - t_1 \neq 0} v - \frac{v_0}{2} = 0 \Rightarrow v = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 2v \end{aligned}$$

B2. Σωστές απαντήσεις I. το (α) και II. το (γ)

I. Για τις επιταχύνσεις έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = -\frac{2v_0}{t_0} \quad (1) \quad \text{και} \quad \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = -\frac{v_0}{2t_0} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\boxed{\alpha_1 = 4\alpha_2}$$

II. Οι μετατοπίσεις εκφράζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά μεταξύ των γραφικών παραστάσεων και του άξονα του χρόνου δηλαδή θα έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2} 2v_0 t_0 = v_0 t_0 \\ x_2 &= \frac{1}{2} v_0 2t_0 = v_0 t_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$$

ΘΕΜΑ Γ

α) Για το είδος των κινήσεων έχουμε:

0 – 2s: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{40-20}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 10m/s^2$.

2s – 4s: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_2 = 0$.

4s – 6s: Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{0-40}{2} \Rightarrow \alpha_3 = -20m/s^2$.

6s – 8s: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_4 = \frac{-20-0}{2} \Rightarrow \alpha_4 = -10m/s^2$.

8s – 10s: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με αρνητική ταχύτητα και επιτάχυνση $\alpha_5 = 0$.

β) Οι μετατοπίσεις εκφράζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά μεταξύ των γραφικών παραστάσεων και του άξονα του χρόνου δηλαδή θα έχουμε:

$$\Delta x_1 = \frac{(40 + 20)2}{2} = 60m, \quad \Delta x_2 = 40 \cdot 2 = 80m, \quad \Delta x_3 = \frac{1}{2} 40 \cdot 2 = 40m,$$

$$\Delta x_4 = -\frac{1}{2} 20 \cdot 2 = -20m, \quad \Delta x_5 = -20 \cdot 2 = -40m.$$

Η συνολική μετατόπιση θα είναι:

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5 = 60 + 80 + 40 - 20 - 40 \Rightarrow \boxed{\Delta x_{ολ} = 120m}$$

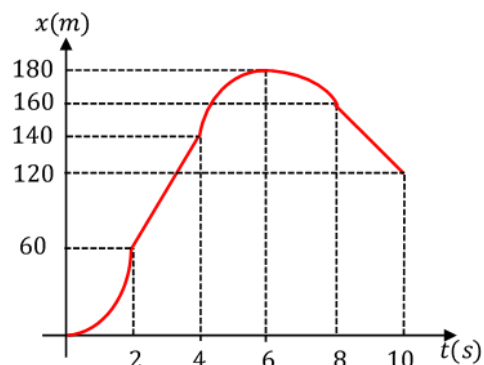
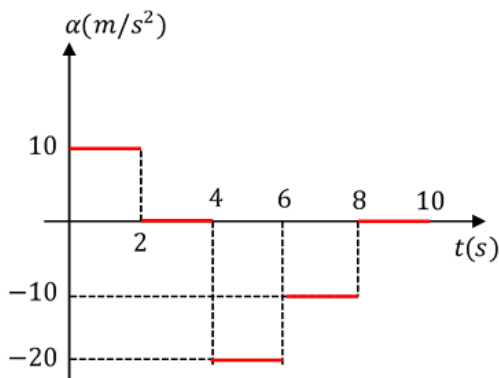
Το συνολικό διάστημα θα είναι:

$$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| = 60 + 80 + 40 + 20 + 40 \Rightarrow \boxed{S_{ολ} = 240m}$$

Η μέση ταχύτητα v_{μ} κατά τη διάρκεια της κίνησης θα είναι:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{240}{10} = 24m/s$$

γ) Τα αντίστοιχα διαγράμματα είναι:



ΘΕΜΑ Δ

α) Στο χρονικό διάστημα του χρόνου αντίδρασης το αυτοκίνητο εκτελεί Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση με σταθερή ταχύτητα $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$.

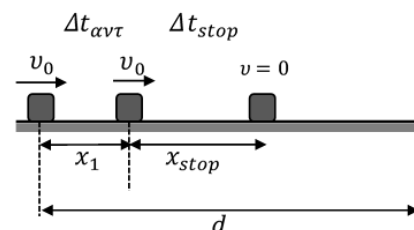
Το διάστημα που διανύει θα είναι:

$$x_1 = v_0 \cdot \Delta t_{αντ} = 20 \text{ m}$$

Για την επιβραδυνόμενη κίνηση που ακολουθεί το διάστημα μέχρι να σταματήσει θα είναι:

$$x_{stop} = \frac{v_0^2}{2\alpha} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow x_{stop} = 20 \text{ m}$$

Εφόσον το συνολικό διάστημα που χρειάζεται να σταματήσει είναι 40m και είναι μικρότερο της απόστασης $d = 60 \text{ m}$ δεν υπάρχει σύγκρουση.



β) Ο συνολικός χρόνος κίνησης θα είναι:

$$\Delta t_{ολ} = \Delta t_{αντ} + \Delta t_{stop} = \Delta t_{αντ} + \frac{v_0}{\alpha} = 1 + \frac{20}{10} \Rightarrow \Delta t_{ολ} = 3 \text{ s}$$

γ) Για να μην γίνει η σύγκρουση θα πρέπει το μεγαλύτερο διάστημα του $x_{stop} = 40 \text{ m}$ και επομένως η μικρότερη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης να είναι:

$$x_{stop} = \frac{v_0^2}{2\alpha'} \Rightarrow \alpha' = \frac{v_0^2}{2x_{stop}} \Rightarrow \alpha' = \frac{20^2}{2 \cdot 40} \Rightarrow \alpha' = \frac{400}{80} \Rightarrow \alpha' = 5 \text{ m/s}^2$$

δ) Η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι $v_{0,1}$ και θέλουμε αυτό να σταματήσει μπροστά στο εμπόδιο τότε θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$x'_1 + x'_{stop} = d \Rightarrow v_{0,1} \cdot \Delta t_{αντ} + \frac{v_{0,1}^2}{2\alpha} = d \Rightarrow v_{0,1} \cdot 1 + \frac{v_{0,1}^2}{16} = 60 \Rightarrow 16v_{0,1} + v_{0,1}^2 = 960 \Rightarrow v_{0,1}^2 + 16v_{0,1} - 960 = 0$$

Λύνοντας το τριώνυμο η δεκτή λύση είναι:

$$v_{0,1} = 24 \text{ m/s}$$