

## Τι αντιστοιχεί, σε μικροσκοπικό επίπεδο, στη διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων ενός κλειστού κυκλώματος συνεχούς ρεύματος σταθερής τιμής;

Παναγιώτης Κουμαράς.

### Εισαγωγή

Στα μέσα περίπου της δεκαετίας του 1980 σε μάθημα Φυσικής, σχετικό με το νόμο του Ohm, που έκανα στη Γ΄ Γυμνασίου έλεγα στα παιδιά ότι: α) στην ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος αντιστοιχεί σε μικροσκοπικό επίπεδο ένας (τεράστιος) αριθμός ηλεκτρονίων που ρέει, περνάει προς μια κατεύθυνση, κάθε δευτερόλεπτο από μια τομή του αγωγού και β) η αντίσταση του αγωγού αντιστοιχεί, σε μικροσκοπικό επίπεδο, σε επιβραδύνσεις («τριβές») των ηλεκτρονίων από τα ιόντα του αγωγού. Τότε δέχτηκα από κάποιον μαθητή μου την ερώτηση, ή τουλάχιστον έτσι την κατάλαβα εγώ,

«Τι αντιστοιχεί, σε μικροσκοπικό επίπεδο, στη διαφορά δυναμικού;» ( 1<sup>η</sup> ερώτηση)

Σκέφτηκα λίγο. Απάντησα ότι δεν ξέρω. Ευτυχώς τα παιδιά με εκτιμούσαν και θεώρησαν ότι για κάποιον λόγο δεν ήθελα να απαντήσω, ίσως γιατί το θεωρούσα δύσκολο για αυτούς. Μου είπαν απλά «άστα αυτά κύριε, αν δεν το ξέρατε δεν θα λέγατε ότι δεν το ξέρω». Εγώ όμως έμεινα με την ερώτηση και άρχισα να αναζητώ την απάντηση.

Στην πορεία της αναζήτησης προέκυψαν και οι παρακάτω σχετικές ερωτήσεις:

- Που οφείλεται το ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει στο εσωτερικό των αγωγών ενός κλειστού κυκλώματος σταθερού<sup>1</sup> ρεύματος; (2<sup>η</sup> ερώτηση)
- Τι αναγκάζει τα ρέοντα ηλεκτρόνια να ακολουθούν τροχιές σύμφωνες με τις καμπές του αγωγού σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα; (3<sup>η</sup> ερώτηση)

Ομολογώ ότι η αυθόρμητη απάντησή μου στο πρώτο (2<sup>η</sup> ερώτηση) από αυτά τα ερωτήματα σχετιζόταν με τη διαφορά δυναμικού ή την Η.Ε.Δ. της μπαταρίας. Το «ευτύχημα» ήταν ότι δεν ήταν μόνο η δική μου αίσθηση. Είχα «καλή» παρέα στο λάθος μου. Οι Combes and Laue (1981) στο American Journal of Physics υποστηρίζουν ότι το ηλεκτρικό πεδίο στο εξωτερικό όπως και στο εσωτερικό αγωγού που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα οφείλεται σε κατανομή φορτίων στην επιφάνεια του αγωγού. Ο Lynch (1983) σε γράμμα του προς τον εκδότη διαφωνεί και υποστηρίζει: «αυτό αγνοεί το γεγονός ότι ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να δημιουργηθεί και από άλλες πηγές π.χ. μια πηγή Η.Ε.Δ. – η μπαταρία οδηγώντας το ρεύμα μέσω καλωδίου. ...». Για να πάρει την απάντηση (Laue and Combes 1983): «... (ο Lynch) φαίνεται να πιστεύει ότι με κάποιο τρόπο η Η.Ε.Δ. μιας μπαταρίας μπορεί να προκαλέσει<sup>2</sup> ένα ηλεκτρικό πεδίο χωρίς να υπάρχουν φορτία από τα οποία να προέρχεται αυτό το πεδίο ... πιστεύουμε ότι αυτή η διαισθητική παρανόηση γύρω από την Η.Ε.Δ. είναι πολύ διαδεδομένη και θα θέλαμε να προτρέψουμε τους συγγραφείς να συμπεριλαμβάνουν στα βιβλία κάτι σχετικά με την ύπαρξη των επιφανειακών φορτίων όταν συζητούνται η Η.Ε.Δ. και το ρεύμα».

Στην πορεία για την αναζήτηση της απάντησης στο αρχικό ερώτημα (1<sup>η</sup> ερώτηση) βρήκα σε εργασία του Hartel (1985) ότι «πολλοί φοιτητές αλλά και καθηγητές Φυσικής αδυνατούν να απαντήσουν στην ερώτηση: Τι αντιστοιχεί σε μικροσκοπική διάσταση στη διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων ενός αγωγού». «Ευτυχώς» είχα και εδώ παρέα, γιατί όπως και εγώ δεν είχα βρει καμιά σχετική αναφορά σε ελληνικά πανεπιστημιακά βιβλία (κύρια τα βιβλία του Τμήματος Φυσικής του ΑΠΘ και γνωστά βιβλία από τη διεθνή βιβλιογραφία μεταφρασμένα στα ελληνικά) έτσι και οι συνάδελφοι διεθνώς αντιμετώπιζαν παρόμοιο πρόβλημα. Σπάνια τα διδακτικά εγχειρίδια Φυσικής, ακόμα και σε πανεπιστημιακό επίπεδο ασχολούνταν με τα παραπάνω θέματα (Jefimenco, 1977; Heald, 1984; Walz, 1985; Hartel, 1985). Το κενό των βιβλίων, το οποίο και σήμερα διεθνώς συνεχίζεται, αλλά συγχρόνως και το διδακτικό ενδιαφέρον για το θέμα προκύπτει από τη συχνή δημοσίευση σχετικών άρθρων σε κορυφαία περιοδικά Φυσικής. Για παράδειγμα το American Journal of Physics φιλοξενεί σχετικά άρθρα από την αρχή σχεδόν της έκδοσής του

<sup>1</sup> Σταθερό ρεύμα: Ρεύμα του οποίου η ένταση παραμένει σταθερή με τον χρόνο

<sup>2</sup> Η Η.Ε.Δ. δίνει το μέτρο της έντασης του πεδίου που υπάρχει στο εσωτερικό συγκεκριμένου αγωγού, αλλά δεν είναι το αίτιο δημιουργίας του πεδίου.

(Marcus 1941) μέχρι τη δεκαετία που διανύουμε (π.χ. Harbola, 2010; Jacobs, de Salazar and Nassar 2010; Davis and Kaplan 2011; Morris and Styer 2012; Muller 2012) και ενδιαμέσως με πολλά και ενδιαφέροντα άρθρα (π.χ. Rosser, 1963; Coombes and Laue 1981; Varney and Fisher 1984; Gabuzda, 1993; Jackson, 1996; Preyer, 2000 & 2002).

Το παράδοξο είναι ότι και οι τρεις ερωτήσεις που δίνονται παραπάνω είχαν απαντηθεί από τον Kirchhoff σε εργασία του το 1849 ([http://www.ifl.unicamp.br/~assis/Apeiron-V19-p19-25\(1994\).pdf](http://www.ifl.unicamp.br/~assis/Apeiron-V19-p19-25(1994).pdf)). Αυτή η δουλειά του Kirchhoff ξεχάστηκε και ο Kirchhoff έμεινε γνωστός για τους κανόνες του, του βρόχου και του κόμβου.

Ας επιχειρήσουμε στη συνέχεια να απαντήσουμε στις τρεις ερωτήσεις που τέθηκαν στην εισαγωγή.

### **1. Το αίτιο δημιουργίας του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό αγωγού που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα: απαντώντας στη 2<sup>η</sup> και στην 3<sup>η</sup> ερώτηση.**

Σύμφωνα με το νόμο του Ohm  $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$  (όπου  $\sigma$  η ηλεκτρική αγωγιμότητα του υλικού και  $\mathbf{J}$  η πυκνότητα ρεύματος η οποία για κυλινδρικό αγωγό ακτίνας  $r$  διαρρεόμενο από ρεύμα εντάσεως  $I$  δίδεται από τη σχέση  $J = \frac{I}{\pi r^2}$ . Θυμίζω ότι τα σκούρα σύμβολα σημαίνουν διανυσματικά μεγέθη) στο εσωτερικό αγωγού που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο το οποίο είναι στατικό δηλ. αστρόβιλο. Το ερώτημα είναι: ποιο είναι το αίτιο δημιουργίας αυτού του πεδίου; Είναι γνωστό ότι ηλεκτρικά πεδία μπορούν να δημιουργηθούν μόνο: α) από κατανομή ηλεκτρικών φορτίων στο χώρο και β) από χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, το οποίο όμως οδηγεί σε στροβιλό ηλεκτρικό πεδίο, δηλ. μη ηλεκτροστατικό. Στην περίπτωση μας, μια και ασχολούμαστε με σταθερό ρεύμα, δεν έχουμε χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και έτσι την αιτία δημιουργίας του πεδίου θα πρέπει να την αναζητήσουμε σε κατανομή φορτίου. Έτσι το ερώτημα γίνεται:

Πού βρίσκονται και πώς είναι κατανομημένα τα φορτία, σε σχέση με τα διάφορα τμήματα του ηλεκτρικού κυκλώματος, ώστε να δημιουργούν το απαραίτητο ηλεκτρικό πεδίο;

Τρεις είναι οι πιθανές θέσεις στις οποίες μπορούν να βρίσκονται αυτά τα φορτία: α) μόνο μακριά από το τμήμα αυτό του αγωγού β) μέσα στον αγωγό και γ) πάνω στην επιφάνεια του αγωγού.

Εξετάζεται στη συνέχεια κάθε μια από τις δυνατότητες αυτές

*α) Φορτία ευρισκόμενα μόνο μακριά από το τμήμα αυτό του αγωγού.*

Θα μπορούσε να υποθεθεί ότι το πεδίο που μας ενδιαφέρει δημιουργείται μόνο από φορτία που βρίσκονται στους πόλους της πηγής. Αυτό δεν είναι δυνατό γιατί φορτία που βρίσκονται μακριά από μια καμπή του αγωγού δεν μπορούν να δημιουργήσουν πεδίο ικανό να οδηγήσει τους φορείς φορτίου σε τροχιά σύμφωνη με την καμπή αυτή του αγωγού (Walz, 1985).

*β) Φορτία ευρισκόμενα μέσα στον αγωγό.*

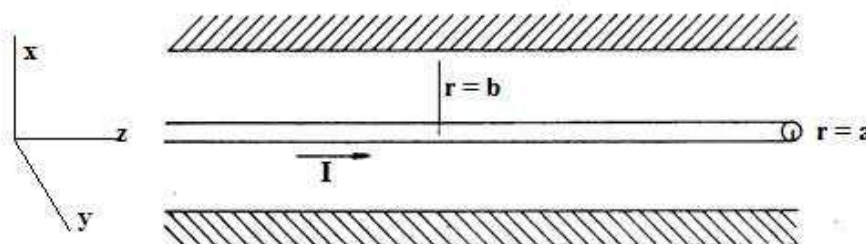
Ας υποθέσουμε κάποια κατανομή φορτίου μέσα σε ισότροπο αγωγό η οποία να δημιουργεί το ζητούμενο πεδίο. Μπορούμε π.χ. να υποθέσουμε μια κατανομή φορτίου με πυκνότητα όγκου  $\rho=Q/V$  (σημειώνω ότι το  $\rho$  είναι στη βιβλιογραφία το σύμβολο και για την ειδική αντίσταση αλλά και για την πυκνότητα φορτίου όγκου) η οποία ελαττώνεται προς το θετικό πόλο και αυξάνεται προς τον αρνητικό πόλο (ελάττωση στο φορτίο σημαίνει περισσότερα θετικά ή λιγότερα αρνητικά φορτία). Ας εξετάσουμε αν μπορεί να ισχύει αυτή η υπόθεσή: Είναι γνωστό (Purcell 1978) ότι για αγωγό ο οποίος διαρρέεται από σταθερό ρεύμα ισχύει η σχέση  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ . Από τη σχέση αυτή σε συνδυασμό με το νόμο του Ohm  $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$  και για σταθερή αγωγιμότητα  $\sigma$  προκύπτει:  $\nabla \cdot \mathbf{J} = \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ . Η τελευταία αυτή σχέση συνδυαζόμενη με το νόμο του Gauss  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  μας οδηγεί στο  $\rho=0$ . Ότι δηλ. για ισότροπο αγωγό ο οποίος διαρρέεται από σταθερό ρεύμα η πυκνότητα του ολικού φορτίου μέσα στον αγωγό είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στον αγωγό έχουμε μεν κινούμενα φορτία, τα οποία αποτελούν το ρεύμα, αλλά το άθροισμά τους με τα υπάρχοντα στον αγωγό θετικά ιόντα είναι μηδέν.

*γ) Φορτία ευρισκόμενα στην επιφάνεια του αγωγού.*

Μετά από την απόρριψη των δυο προηγούμενων δυνατοτήτων το μόνο που μένει είναι να βρίσκονται τα φορτία τοποθετημένα στην επιφάνεια<sup>3</sup> του αγωγού, έτσι εξασφαλίζεται και το απαιτούμενο  $\text{div}\mathbf{E}=0^4$  μέσα στον αγωγό αλλά λύνεται και το πρόβλημα της δημιουργίας πεδίου ικανού να οδηγήσει τα ηλεκτρόνια σε τροχιά σύμφωνη με την καμπή του αγωγού.

## 2. Η ύπαρξη επιφανειακών φορτίων και η κατανομή τους ως αποτέλεσμα της λύσης βασικών εξισώσεων του ηλεκτρομαγνητισμού

Ο Sommerfeld (1952) μελετά την περίπτωση ενός ισότροπου «άπειρου» μήκους, ευθύγραμμου αγωγού, κυκλικής διατομής ακτίνας  $a$  που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Το κύκλωμα κλείνει διαμέσου ενός ομοαξονικού κοίλου κυλινδρικού αγωγού, που περιβάλλει τον αγωγό ο οποίος έχει εσωτερική ακτίνα  $b$  και εξωτερική  $c \rightarrow \infty$  (σχήμα 1).



Σχήμα 1: Ο αγωγός που μελετάται από τον Sommerfeld

Αποδεικνύει (βλέπε σελίδες 24-37 του συνοδευτικού υλικού) ότι στο εσωτερικό του ευθύγραμμου αγωγού το πεδίο είναι ομογενές κατευθυνόμενο κατά μήκος του άξονα του αγωγού και ότι στην επιφάνεια αυτού του ευθύγραμμου αγωγού υπάρχουν εγκατεστημένα φορτία με επιφανειακή πυκνότητα  $\sigma_\pi$  (σημειώνω ότι το  $\sigma$  είναι στη βιβλιογραφία το σύμβολο και για την ειδική αγωγιμότητα και για την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου, για να μην υπάρχει σύγχυση συμβολίζω εδώ την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου με  $\sigma_\pi$  και κρατώ το σύμβολο  $\sigma$  για την αγωγιμότητα) που δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_\pi = \frac{\epsilon_0 I}{\pi a^3 \sigma \ln \frac{a}{b}} z = cz \quad (1)$$

Καταλήγει δηλ. ότι στην επιφάνεια του ευθύγραμμου απείρου μήκους αγωγού που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα υπάρχει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου με κυλινδρική συμμετρία μεταβαλλόμενη γραμμικά με την αξονική συνιστώσα  $z$  του αγωγού.

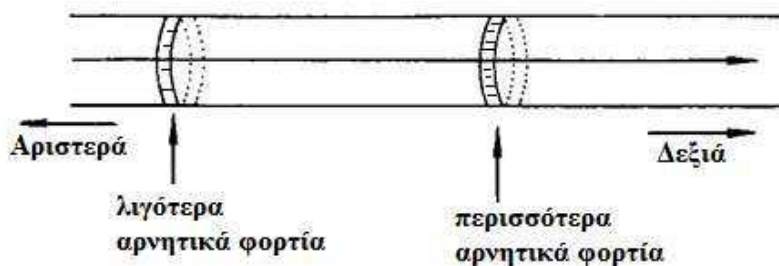
Ο Walz (1985) ποιοτικά δικαιολογεί τη γραμμική κατανομή φορτίου στην επιφάνεια του αγωγού με τις παρακάτω σκέψεις: Η επιφανειακή κατανομή φορτίου, η οποία δημιουργεί μέσα στον ευθύγραμμο αγωγό πεδίο παράλληλο προς τον άξονα του και ομογενές, οφείλει να είναι συμμετρική ως προς κάθε σημείο του άξονα του αγωγού. Αυτή τη συνθήκη συμμετρίας θα μπορούσε να την πληροί ομοιόμορφη πυκνότητα φορτίων πάνω στην επιφάνεια του αγωγού. Όμως αυτή η ομοιόμορφη επιφανειακή πυκνότητα απορρίπτεται γιατί δε δημιουργεί πεδίο μέσα στον αγωγό, αφού η συνιστώσα η οποία οφείλεται στα φορτία που βρίσκονται αριστερά, από κάποιο σημείο, αναιρείται από την συνιστώσα η οποία οφείλεται στα φορτία που βρίσκονται προς τα δεξιά αυτού του σημείου.

Η αμέσως επόμενη τάξη συμμετρίας είναι να υποθέσουμε ότι η επιφάνεια του αγωγού αποτελείται από «στοιχειώδη», στενά, δαχτυλίδια για τα οποία: α) Το κάθε ένα έχει σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου και β) πηγαινόντας από κάθε δαχτυλίδι στο αριστερό διπλανό του η πυκνότητα των επιφανειακών

<sup>3</sup> Βεβαίως πραγματικά επιφανειακά φορτία δεν θα βρεθούν σε στρώμα με μηδενικό πάχος. Το φορτίο μπορεί να είναι κατανομημένο σε στρώμα που έχει πάχος της τάξεως δεκάδων ή και εκατοντάδων Angstroms

<sup>4</sup> Το  $\text{div}\mathbf{E}=0$  δεν αποκλείει τη δυνατότητα ύπαρξης επιφανειακής πυκνότητας φορτίου.

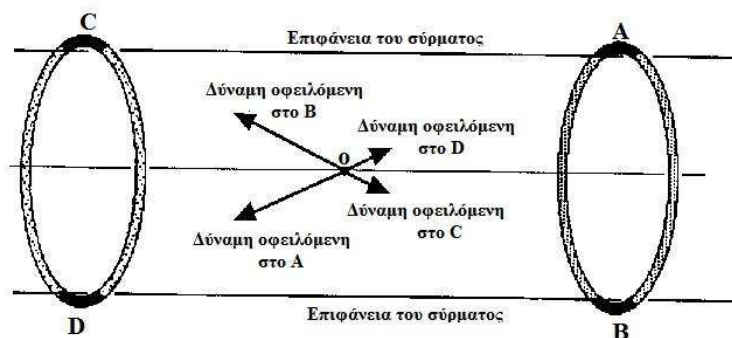
φορτίων ελαττώνεται, ενώ πηγαίνοντας στο δεξί διπλανό του η πυκνότητα των επιφανειακών φορτίων αυξάνεται, σχήμα 2.



Σχήμα 2: Κατανομή φορτίων στην επιφάνεια του ρευματοφόρου αγωγού

Σύμφωνα με αυτά η επιφανειακή πυκνότητα  $\sigma_\pi$  των φορτίων έχει κυλινδρική συμμετρία και είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης κατά μήκος του άξονα του αγωγού δηλ.  $\sigma_\pi = Cz$ , όπως ακριβώς φαίνεται και στη σχέση (1).

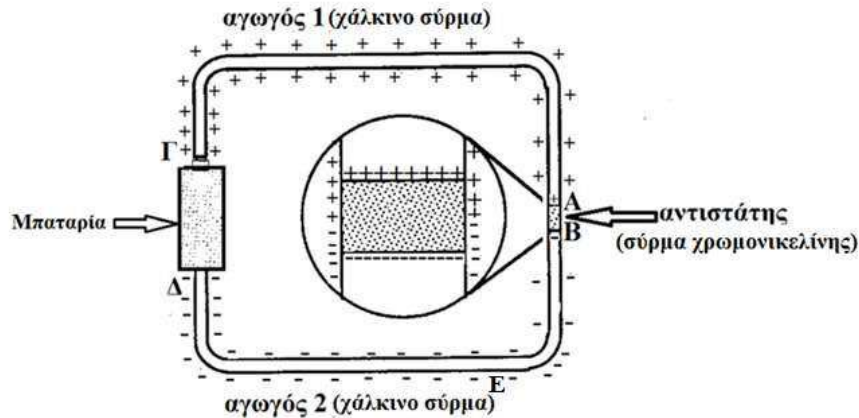
Από τους Sherwood and Chabay (<http://matterandinteractions.org/wp-content/uploads/2016/07/circuit.pdf> p.9,) δίνεται το ακόλουθο σχήμα 3, στο οποίο φαίνεται η συνισταμένη δύναμη που θέτει σε κίνηση ηλεκτρόνιο του αγωγού το οποίο βρίσκεται στη θέση Ο και το πού αυτή οφείλεται ή αντίστοιχα πού οφείλεται η ένταση του πεδίου στη θέση αυτή.



Σχήμα 3: Το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στον αγωγό οφείλεται σε βαθμίδα πυκνότητας επιφανειακού φορτίου (Sherwood an Chabay χ.χ.)

### 3. Μια ποιοτική εικόνα της κατανομής φορτίων σε ένα απλό κύκλωμα σταθερού ρεύματος

Το απλό μοντέλο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο δεν ισχύει στα πραγματικά κυκλώματα που έχουν περίπλοκη γεωμετρία, για παράδειγμα έχουν γωνίες, καμπύλες ή βρόχους στην αγωγή διαδρομή και ο αγωγός δρόμος μπορεί να αποτελείται από περισσότερα του ενός υλικά σώματα π.χ. χαλκός, χρωμονικελίνη (καλώδια, αντιστάσεις). Σε αυτές τις περιπτώσεις μια ποσοτική αντιμετώπιση είναι δύσκολη ή και αδύνατη λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας αλλά και της παρουσίας σωμάτων στον περιβάλλοντα χώρο. Για το λόγο αυτό αναπτύσσεται στη συνέχεια μόνο μια ποιοτική περιγραφή της κατανομής φορτίων σε ένα απλό κύκλωμα σταθερού ρεύματος. Στο κύκλωμα του σχήματος 4, από τη στιγμή που έχει αποκατασταθεί σταθερό ρεύμα σε αυτό, έχουμε ποιοτικά τις εξής κατανομές (στατικών) φορτίων: α) Επιφανειακά φορτία πάνω στον αγωγό 1 (χάλκινο σύρμα). Αυτά είναι θετικά (+) (ή λιγότερο αρνητικά) με την πυκνότητά τους ελαττούμενη από το θετικό πόλο προς τον αντιστάτη με κάποια κατάλληλη κατανομή στις καμπές του αγωγού τέτοια ώστε το πεδίο μέσα στον αγωγό να παραμένει συνεχές και να διευθύνεται συνολικά κατά μήκος του άξονα του αγωγού (Jefimenko, 1977; Sherwood et al 1990).



Σχήμα 4: Κατανομή των επιφανειακών φορτίων κατά μήκος ηλεκτρικού κυκλώματος μπαταρίας – αντιστάτη (Sherwood et al 1990)

β) Επιφανειακά φορτία πάνω στον αγωγό 2 (χάλκινο σύρμα). Αυτά είναι αρνητικά (-), με την πυκνότητά τους να ελαττώνεται από τον αρνητικό πόλο προς τον αντιστάτη με κάποια κατάλληλη κατανομή στις καμπές του αγωγού, ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να διαμορφώνεται πάντα παράλληλα με τον άξονα του αγωγού.

γ) Επιφανειακά φορτία πάνω στο σύρμα της χρωμονικελίνης (αντιστάτης) μεταβαλλόμενα από το Α προς το Β από το + προς το -.

δ) Φορτία μέσα στους αγωγούς στις περιοχές συνεπαφής Α και Β. Σημειώνουμε ότι στην περίπτωση αυτή και χωρίς να διαρρέονται οι αγωγοί από ρεύμα έχουμε φορτία δεξιά και αριστερά της επαφής τα οποία οφείλονται σε διάχυση. Όταν δημιουργείται ρεύμα η ένταση  $E$  του υπάρχοντος ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο σύρμα της χρωμονικελίνης (ίσου πάχους με το χάλκινο σύρμα) είναι μεγαλύτερη, λόγω της μικρότερης αγωγιμότητας της χρωμονικελίνης, από την ένταση του πεδίου που υπάρχει μέσα στο χάλκινο σύρμα.

$$J = \sigma_{\chi\rho\omega\mu} E_{\chi\rho\omega\mu} \text{ και } J = \sigma_{\chi\alpha\lambda\kappa} E_{\chi\alpha\lambda\kappa} \rightarrow \frac{E_{\chi\rho}}{E_{\chi\alpha\lambda\kappa}} = \frac{\sigma_{\chi\alpha\lambda\kappa}}{\sigma_{\chi\rho\omega\mu}} = \frac{60}{1}$$

Έτσι στην περιοχή της συνεπαφής των δυο αγωγών έχουμε ανομογενές πεδίο, άρα  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  και επομένως στην περιοχή αυτή έχουμε φορτία<sup>5</sup> μέσα στους αγωγούς.

ε) Η κατανομή των φορτίων στο κύκλωμα του σχήματος 4 έχει μια μέγιστη πυκνότητα (+) σε κάποιο σημείο Γ του κυκλώματος και μια ελάχιστη (-) σε ένα άλλο σημείο Δ. Μεταξύ των σημείων αυτών παρεμβάλλεται η μπαταρία. Στους πόλους της μπαταρίας υπάρχουν φορτία, είναι φορτισμένη από τη χημική δράση (βλέπε σελίδες 45-49 του συνοδευτικού υλικού). Αυτά είναι θετικά στο θετικό πόλο και αρνητικά στον αρνητικό. Στις περιοχές συνεπαφής Γ και Δ, όπως και στις περιοχές συνεπαφής Α και Β, έχουμε φορτία και μέσα στους αγωγούς. Η μορφή του πεδίου ορίζεται από τα φορτία που βρίσκονται στην επιφάνεια του αγωγού. Η ένταση όμως ρυθμίζεται και (κύρια) από τα φορτία που βρίσκονται μέσα στους αγωγούς στις περιοχές συνεπαφής (Jefimenko, 1977).

Σημειώνω ότι η διαφορά φορτίων μεταξύ γειτονικών δακτυλίων είναι πολύ μικρή, κάτω από 100 ηλεκτρόνια (Κουμαράς 1989, σελίδα 41; Walz 1985). Επίσης ένα μόνο ηλεκτρόνιο τοποθετημένο στην επιφάνεια αγωγού που κάμπτεται κατά 90 μοίρες αρκεί για την απόκλιση  $10^{19}$  ηλεκτρονίων ανά δευτερόλεπτο δηλ.  $I=1A$  (Hartel, 1985). Μικρά φορτία με μεγάλα αποτελέσματα.

<sup>5</sup> Τα φορτία αυτά ο Jefimenko τα θεωρεί συσσωρευμένα σε ένα λεπτό στρώμα στην επιφάνεια συνεπαφής μεταξύ των διαφορετικών αγωγών και τα ονομάζει «εσωτερικά επιφανειακά φορτία». Χρησιμοποιεί αυτήν την ονομασία για να τα ξεχωρίσει από τα «εσωτερικά χωρικά φορτία» τα οποία υπάρχουν μέσα σε ανισότροπους αγωγούς όπου η αγωγιμότητα αλλάζει σταδιακά από σημείο σε σημείο. Όταν αλλάζει η αγωγιμότητα αλλάζει και η ένταση του πεδίου άρα έχουμε φορτία τα οποία λειτουργούν ως πηγές ή καταβόθρες δυναμικών γραμμών.

#### 4. Τρόπος δημιουργίας της κατανομής φορτίων στην επιφάνεια του αγωγού.

Ας δούμε τώρα μια ποιοτική ερμηνεία για το πώς έχει προκληθεί η κατανομή των φορτίων πάνω στην επιφάνεια του αγωγού. Την πρώτη στιγμή, αμέσως μετά από την αποκατάσταση του ηλεκτρικού κυκλώματος, τα φορτία που υπάρχουν στους πόλους της μπαταρίας δημιουργούν πεδίο μόνο στα άκρα των καλωδίων που συνδέονται με αυτούς. Το πεδίο αυτό έχει μια συνιστώσα κατά τη διεύθυνση του άξονα του καλωδίου, αξονική, και μια συνιστώσα κάθετη στον άξονα, ακτινική. Η αξονική συνιστώσα προκαλεί μετατόπιση των ηλεκτρονίων κατά μήκος του αγωγού, αυτό είναι το «έμβρυο» για τη δημιουργία του ρεύματος που μας ενδιαφέρει. Η ακτινική συνιστώσα οδηγεί κάποια ηλεκτρόνια στην επιφάνεια του αγωγού μέχρις ότου μηδενιστεί από το αντιτιθέμενο πεδίο που δημιουργούν αυτά τα ηλεκτρόνια. Έτσι θα σχηματιστεί το πρώτο «δαχτυλίδι» από τα επιφανειακά φορτία. Αυτά ακριβώς τα φορτία και όχι τα αρχικά φορτία των πόλων θα δημιουργήσουν το πεδίο στο επόμενο τμήμα του αγωγού. Αυτό θα συνεχιστεί ώσπου να δημιουργηθεί επιφανειακό φορτίο σε ολόκληρο το μήκος του αγωγού. Το φαινόμενο μεταδίδεται κατά μήκος του αγωγού με ταχύτητα που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός ενώ τα ίδια τα ηλεκτρόνια μετατοπίζονται μερικά χιλιοστά του μέτρου στο δευτερόλεπτο.

#### 5. Τι αντιστοιχεί, σε μικροσκοπικό επίπεδο, στη διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων ενός κλειστού κυκλώματος συνεχούς ρεύματος σταθερής τιμής;

Εντοπίζεται (Heald, 1984; Sherwood and Chabay χ.χ) ότι υπάρχει μια ασυνέχεια, μια ιδιάζουσα διακοπή στην παρουσίαση των δυο πρώτων κεφαλαίων του ηλεκτρισμού (στατικός ηλεκτρισμός – ηλεκτρικό κύκλωμα) σε μια εισαγωγική σειρά Φυσικής. Έτσι το πρώτο κεφάλαιο, στατικός ηλεκτρισμός, ασχολείται με κατανομές φορτίων και πεδία. Το επόμενο κεφάλαιο ασχολείται με μπαταρίες, αντιστάσεις κτλ, χωρίς καθόλου να ασχολείται με κατανομές φορτίων και πεδία. Έτσι τα δυο αυτά κεφάλαια φαίνονται ασύνδετα, ανεξάρτητα μεταξύ τους. Η ίδια κατάσταση φαίνεται να υπάρχει και στην ελληνική βιβλιογραφία, όπου και όταν ακόμη αναφέρεται η ύπαρξη πεδίου μέσα σε αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα δεν αναφέρεται τίποτε για το πιο είναι το αίτιο δημιουργίας του (Κουμαράς 1989; Κουμαράς και Ψύλλος 1991).

Με τη μελέτη του φαινομένου των επιφανειακών φορτίων, τα δυο κεφάλαια στατικού ηλεκτρισμού και ρεύματος θα εμφανίζουν μια συνέχεια αφού υπάρχει η δυνατότητα να γίνει κατανοητό ότι η μορφή και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα σε αγωγό διαρρεόμενο από σταθερό ρεύμα και συνεπώς το μέγεθος και η διεύθυνση του ρεύματος καθορίζονται από την κατανομή φορτίου πάνω στην επιφάνεια του αγωγού (και μέσα στον αγωγό, στα σημεία συνεπαφής διαφορετικών αγωγών).

Η κατανομή των επιφανειακών φορτίων όπως παραπάνω παρουσιάστηκε απάντησε ήδη στη 2<sup>η</sup> και την 3<sup>η</sup> ερώτηση:

- Πού οφείλεται το ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει στο εσωτερικό των αγωγών ενός κλειστού κυκλώματος σταθερού ρεύματος;
- Τι αναγκάζει τα ρέοντα ηλεκτρόνια να ακολουθούν τις καμπές του αγωγού σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα;

Ας δούμε τώρα πως απαντά στο αρχικό μας ερώτημα, που αποτελεί και τον τίτλο της εργασίας αυτής:

- Τι αντιστοιχεί, σε μικροσκοπικό επίπεδο, στη διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων ενός κλειστού κυκλώματος συνεχούς ρεύματος σταθερής τιμής;

Μεταξύ των σημείων Α και Β (σχήμα 4) μετριέται μια διαφορά δυναμικού. Οι δυο διατομές φαίνονται να είναι ίδιες σε μικροσκοπική κλίμακα: ο ίδιος αριθμός ηλεκτρονίων με την ίδια ταχύτητα ολίσθησης περνάει από αυτές. Τι αντιστοιχεί λοιπόν, σε μικροσκοπική διάσταση, στη διαφορά δυναμικού μεταξύ αυτών των δυο σημείων; Η απάντηση μετά την παρουσίαση του θέματος των επιφανειακών φορτίων είναι μάλλον απλή. Μεταξύ των σημείων Α και Β υπάρχει διαφορά επιφανειακής πυκνότητας φορτίων και αυτή είναι το



αίτιο για τη μετρούμενη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων αυτών καθώς και το αίτιο για τη δημιουργία του ρεύματος. Η διαφορά επιφανειακής πυκνότητας φορτίων μεταξύ των δυο σημείων βρίσκεται πίσω από την αφηρημένη έννοια της διαφοράς δυναμικού. Η μετρούμενη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B είναι ανάλογη της διαφοράς επιφανειακής πυκνότητας φορτίων μεταξύ αυτών των δύο σημείων [ $\Delta\sigma_\pi = \frac{\epsilon_0 I}{\pi a^3 \sigma \ln \frac{a}{b}} \Delta z$  σχέση (1)]. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να αιτιολογηθεί γιατί η διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων είναι ελάχιστη όταν πρόκειται για χάλκινο σύρμα όπου η αγωγιμότητα είναι μεγάλη, και άρα η διαφορά επιφανειακής πυκνότητας φορτίων μικρή (άρα και το  $\Delta V$  μικρό), και μεγαλύτερη όταν πρόκειται για σύρμα χρωμονικελίνης όπου η αγωγιμότητα είναι μικρή, άρα η διαφορά επιφανειακής πυκνότητας φορτίων μεγάλη (και άρα και το  $\Delta V$  μεγάλο). Μετά από αυτό απαντάμε εύκολα στην ερώτηση γιατί μετράμε διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A, B ενώ πρακτικά δεν μετράμε μεταξύ των σημείων B, E (σχήμα 4). Από τους Jacobs, de Salazar και Nassar (2010) έχει παρουσιαστεί μια απλή πειραματική μέθοδος που απεικονίζει τη μορφή του ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από τα (στατικά) φορτία που βρίσκονται στην επιφάνεια αγωγών οι οποίοι διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Η κατανομή των φορτίων στην επιφάνεια του αγωγού πέρα από το πεδίο που δημιουργεί μέσα στον αγωγό και το οποίο είναι υπεύθυνο για τη δημιουργία του ρεύματος, σύμφωνα με το νόμο του Ohm ( $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ ), εξασφαλίζουν και πεδίο έξω από τον αγωγό το οποίο προκαλεί τη ροή Poynting ( $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ ). Θυμίζω ότι πέρα από το γνωστό μας, ήδη από το Γυμνάσιο, μοντέλο της ροής ενέργειας από τη μπαταρία στον αντιστάτη μέσω των αγωγών υπάρχει και το μοντέλο της ροής της ενέργειας δια μέσου του μη αγωγίμου χώρου ο οποίος περιβάλλει τον αγωγό Harbola, 2010; Davis and Kaplan 2011; Morris and Styer 2012). Από τον Farwing (1985) αποδεικνύεται η ισοδυναμία αυτών των δυο απόψεων. Τα απαιτούμενα πεδία που δίνουν τη δυνατότητα στον αγωγό να οδηγήσει τη ροή της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας στο χώρο ολόγυρα από αυτόν είναι: το ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει έξω από τον αγωγό λόγω των επιφανειακών φορτίων και το μαγνητικό πεδίο που προκαλείται λόγω του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (Heald, 1984; Farwing, 1985; Galili and Goihberg 2004).

## 6. Ιστορικό σημείωμα σχετικά με τα επιφανειακά φορτία

Ο Ohm είναι γνωστός σε εμάς από τον ομώνυμο νόμο του. Είχε όμως μια σημαντικότερη συμβολή: Συνέλαβε πρώτος την ιδέα της ύπαρξης δύο ειδών «ηλεκτρισμού» σε ένα κλειστό κύκλωμα - μια στατική βαθμίδα φορτίου όγκου (φορτία στο εσωτερικό του αγωγού), που αντιστοιχεί σε μία βαθμίδα δυναμικού και μια σταθερή ροή του ηλεκτρικού ρεύματος που ωθείται από τη στατική κατανομή φορτίου. Η πρότασή του είναι σε αναλογία με μια βαθμίδα θερμοκρασίας που οδηγεί στη μεταφορά της θερμότητας Ο Kirchhoff το 1849 διόρθωσε την παραπάνω πρόταση του Ohm: Ήταν γνωστό από την ηλεκτροστατική δεν μπορεί να υπάρξει φορτίο μέσα σε ένα αγωγό και έβαλε τη βαθμίδα οδήγησης φορτίου στην επιφάνεια των αγωγών. Έδειξε έτσι ότι τα ηλεκτροστατικά και τα φαινόμενα του ηλεκτρικού κυκλώματος ανήκαν σε μία επιστήμη, όχι σε δυο ([http://www.ifl.unicamp.br/~assis/Apeiron-V19-p19-25\(1994\).pdf](http://www.ifl.unicamp.br/~assis/Apeiron-V19-p19-25(1994).pdf)). Εδώ τελείωσε μια εποχή στην ιστορία του Ηλεκτρισμού. Ο στατικός ηλεκτρισμός και ο δυναμικός (ηλεκτρικά κυκλώματα) ενοποιήθηκαν. Δυστυχώς όμως αυτή η ενοποίηση χάθηκε αργότερα, καθώς ο ρόλος του δυναμικού ήρθε να κυριαρχήσει στην ανάλυση των κυκλωμάτων, και τα επιφανειακά φορτία εξαφανίστηκαν (<http://matterandinteractions.org/wp-content/uploads/2016/07/circuit.pdf> σελίδα 16). Στην τελευταία αυτή διεύθυνση υπάρχει μια εκτεταμένη ανασκόπηση της βιβλιογραφίας (σελίδα 15) και πρόταση για διδασκαλία που συνδέει το κεφάλαιο των ηλεκτρικών κυκλωμάτων με αυτό του στατικού ηλεκτρισμού. Σχετική πρόταση έχει διατυπωθεί και ερευνηθεί και στη χώρα μας (Μπάρμπας 2005).

## Βιβλιογραφία

Combes, C., Laue, H., 1981. Electric fields and charge distributions associated with steady currents. American Journal of Physics 49, p.450-451

- Davis, B., Kaplan, L., 2011. Poynting vector flow in a circular circuit. *American Journal of Physics* 79, p.p. 1155– 1162.
- Farwing, P., 1985. The energy flow in the electric circuit. In Duit et al (Eds) *Aspects of Understanding Electricity*, p.p. 393-401 (I.P.N., Kiel).
- Gabuzda, D., 1993. The densities in a current-carrying wire. *American Journal of Physics* 61, p.p. 360 – 362
- Galili, I., Goihbarg, E., 2004. Energy transfer in electrical circuits: A qualitative account. *American Journal of Physics* 73, p.p. 141 – 143.
- Harbola, M., 2010. Energy flow from a battery to other circuit elements: Role of surface charges. *American Journal of Physics* 78, p.p. 1203- 1206.
- Hartel, H. 1985, The electric voltage: What do students understand : What can be done to help for a better understanding? In Duit et al (Eds) *Aspects of Understanding Electricity*, p.p. 353-362 (I.P.N., Kiel).
- Heald, A., 1984. Electric fields and Changes in elementary circuits. *American Journal of Physics* 52, p.p. 522-526.
- Jackson J., 1996. Surface charges on circuit wires and resistors play three roles. *American Journal of Physics* 64(7), p.p. 855–870.
- Jacobs, R., de Salazar, A., Nassar, A., 2010. New experimental method of visualizing the electric field due to surface charges on circuit elements. *American Journal of Physics* 78, p.p. 1432 – 1433.
- Jefimenko, O., 1977. Electric fields in conductors. *The Physics Teacher* 75, p.p. 52-53
- Laue, H., Combes, C., 1983. Reply to “Comment on Electric fields and charge distributions associated with steady currents”. *American Journal of Physics* 51, p.272
- Lynch, R., 1983. Comment on “Electric fields and charge distributions associated with steady currents”. *American Journal of Physics* 51, p.272
- Marcus, A., 1941. The electric field associated with a steady current in a long cylindrical conductor. *Am. J. Phys.* 9, p.p. 225–226.
- Morris, N., Styer, D., 2012. Visualizing Poynting vector energy flow in electric circuits. *American Journal of Physics* 80, p.p. 552 – 554.
- Muller R., 2012. A semiquantitative treatment of surface charges in DC circuits. *American Journal of Physics* 80, p.p. 782 – 788.
- Preyer, N., 2000. “Surface charges and fields of simple circuits. *American Journal of Physics* 68, p.p. 1002– 1006.
- Preyer, N., 2002. Transient behavior of simple RC circuits. *American Journal of Physics* 70, p.p. 1187-1193.
- Purcell, E., 1978. Ηλεκτρισμός και Μαγνητισμός (Μαθήματα φυσικής του πανεπιστημίου Berkeley). Μετάφραση, έκδοση εργαστήρια Φυσικής του Ε.Μ.Π.
- Rosser, W., 1963. What makes an electric current “flow”. *American Journal of Physics* 31, p.p. 884 – 885
- Sherwood, B., Chabay R., Larkin J., Reif, F., Eylon, B.- S., 1990. An integrated treatment of electrostatics and circuits. Unpublished manuscript.
- Sherwood, B., Chabay R., γχ. A unified treatment of electrostatics and circuits. <http://matterandinteractions.org/wp-content/uploads/2016/07/circuit.pdf>
- Sommerfeld, A. 1952, *Electrodynamics. Lectures on theoretical physics vol. III* (Academic New York, San Francisco, London)
- Varney R., Fisher, L., 1984. Electric fields associated with stationary currents. *American Journal of Physics*. 52, p.p. 1097–1099.
- Walz, A. 1985, Fields that accompany currents. In Duit et al (Eds) *Aspects of Understanding Electricity*, p.p. 403-412 (I.P.N., Kiel)
- Κουμαράς 1989. Μελέτη της εποικοδομητικής προσέγγισης στην πειραματική διδασκαλία του ηλεκτρισμού. Αδημοσίευτη Διδακτορική διατριβή. Τμήμα Φυσικής, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.
- Μπάρμπας, Α., 2005. Μελέτη της κατανόησης φαινομένων και εννοιών στατικού-δυναμικού ηλεκτρισμού από μαθητευόμενους κατά την εφαρμογή διδακτικής-μαθησιακής σειράς βασισμένης σε προσομοιώσεις



μικροσκοπικών αλληλεπιδράσεων. Δημοσίευτη Διδακτορική Διατριβή. Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης.

Κουμαράς, Π., Ψύλλος Δ., 1991. *Τα επιφανειακά φορτία ως συνδετικός κρίκος ανάμεσα στο στατικό ηλεκτρισμό και στο ηλεκτρικό ρεύμα*. Επιθεώρηση Φυσικής, τεύχος 20, σελίδες 37 - 44.