

ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Μαγνητικά πεδία ρευματοφόρων αγωγών.Εικονογραφημένες παρατηρήσεις.

Εικονογραφημένες Παρατηρήσεις

prs

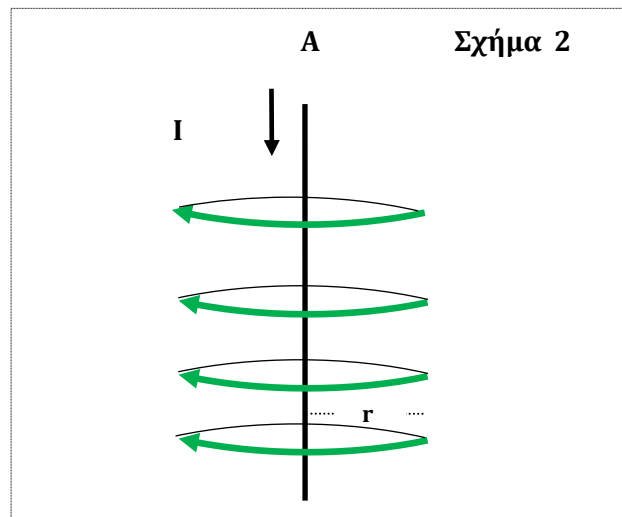
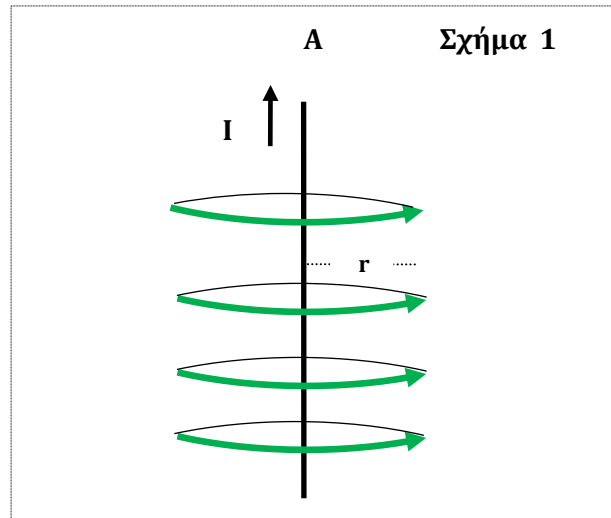
Φεβρουάριος 2022

ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ ΡΕΥΜΑΤΟΦΟΡΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

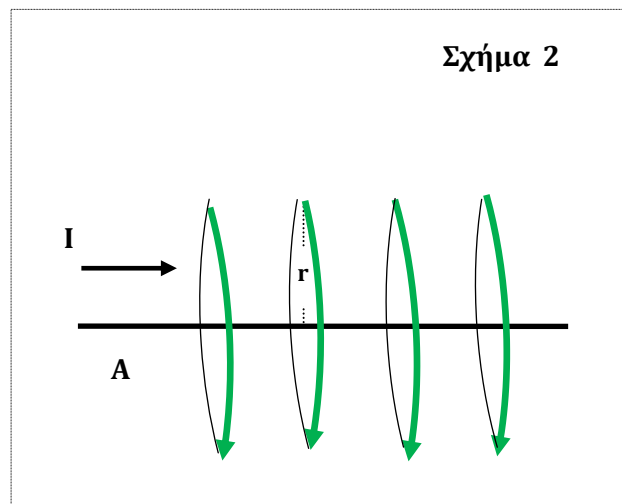
A.Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού απείρου μήκους

1.Όταν ο ευθύγραμμος αγωγός **A** βρίσκεται **πάνω** στο επίπεδο της σελίδας τότε οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού του πεδίου βρίσκονται σε **επίπεδα κάθετα** στο επίπεδο της σελίδας και είναι επίσης **κάθετα** στον αγωγό.

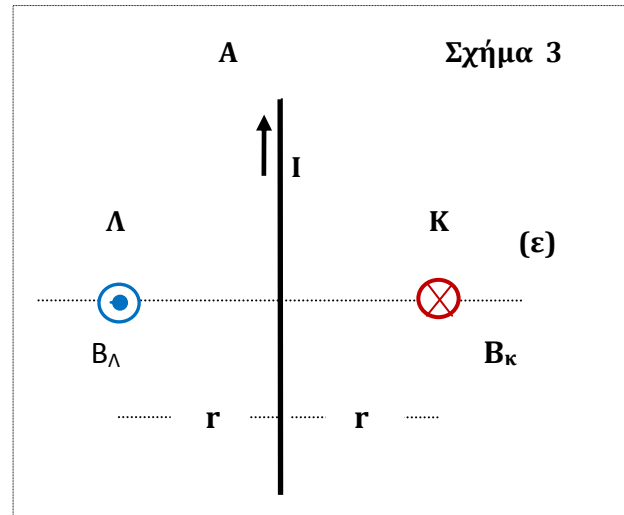
Ή διαφορετικά.Όταν ο αγωγός είναι **κατακόρυφος**, τότε οι δυναμικές γραμμές βρίσκονται σε **οριζόντια επίπεδα**, **κάθετα** στον αγωγό.



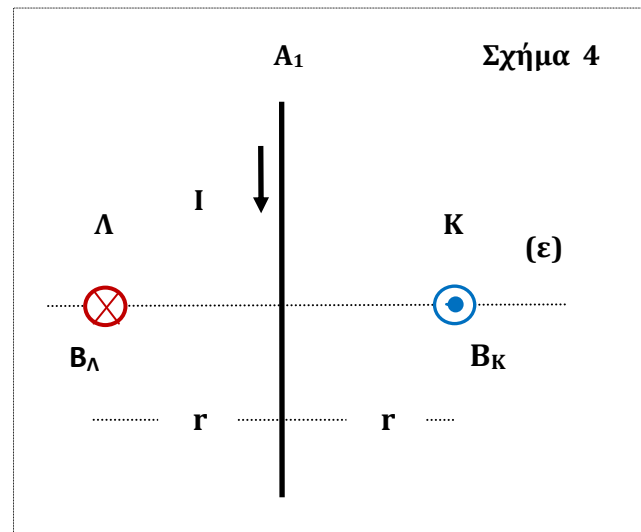
Όταν πάλι ο αγωγός είναι **οριζόντιος** τότε οι δυναμικές γραμμές βρίσκονται σε **κατακόρυφα επίπεδα**, **κάθετα** στον αγωγό.



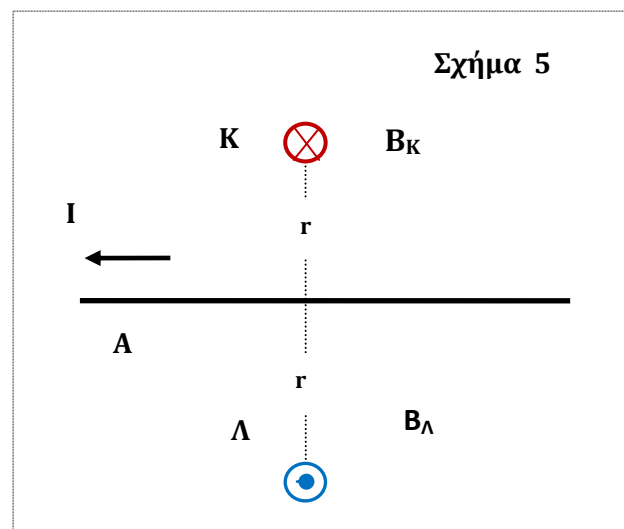
1α. Αν το **ρεύμα** έχει φορά προς τα **πάνω** τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του επιπέδου της σελίδας, είναι **κάθετα** στο επίπεδο της σελίδας, **καταδύονται** σε αυτήν στο **δεξιό** ημιεπίπεδο με όριο τον αγωγό και **αναδύονται** από την σελίδα στα σημεία του **αριστερού** ημιεπιπέδου με όριο τον αγωγό



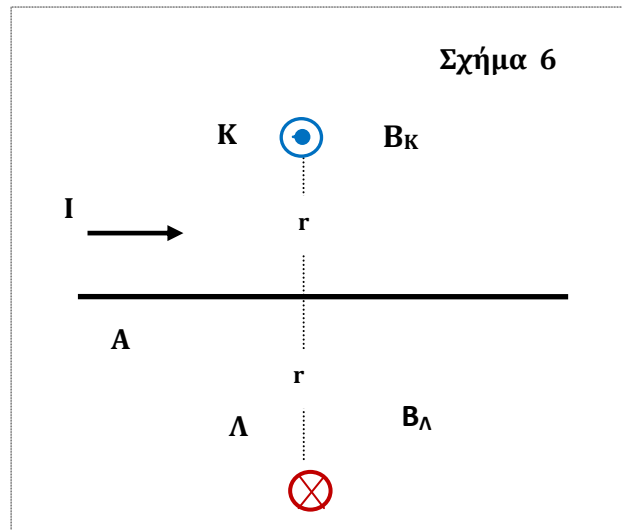
1β. Αν πάλι το **ρεύμα** έχει φορά προς τα **κάτω** τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του επιπέδου της σελίδας, **καταδύονται** στην σελίδα στο **αριστερό** ημιεπίπεδο και **αναδύονται** από την σελίδα στα σημεία του **δεξιού ημιεπιπέδου** με όριο τον αγωγό.



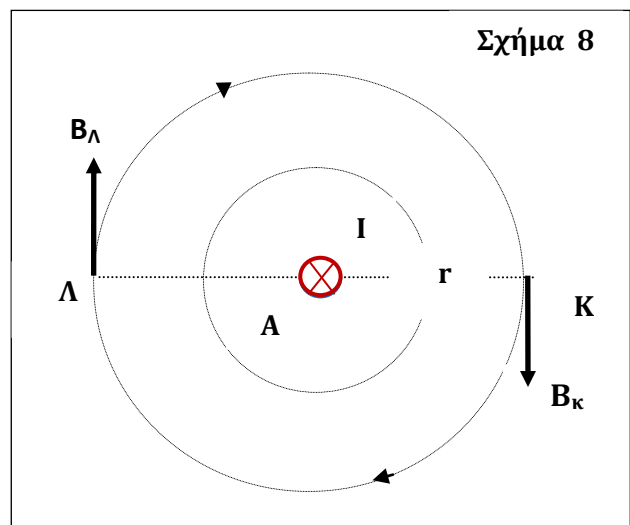
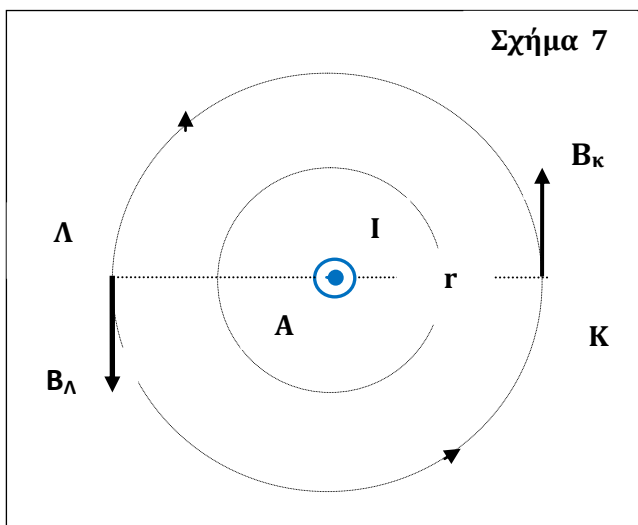
1γ. Αν το **ρεύμα** έχει φορά προς τ' **αριστερά** τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του επιπέδου της σελίδας, **καταδύονται** στην σελίδα στο **πάνω** ημιεπίπεδο και **αναδύονται** από την σελίδα στα σημεία του **κάτω ημιεπιπέδου** με όριο τον αγωγό.



1δ.Αν πάλι το **ρεύμα** έχει φορά προς τα **δεξιά**, τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου στα σημεία του επιπέδου της σελίδας, **καταδύονται** στην σελίδα στο **κάτω** ημιεπίπεδο και **αναδύονται** από την σελίδα στα σημεία του **πάνω ημιεπιπέδου** με όριο τον αγωγό.



2. Όταν ο ευθύγραμμος αγωγός είναι **κάθετος** στο επίπεδο της σελίδας τότε οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού του πεδίου βρίσκονται **πάνω** στο επίπεδο της σελίδας



3.Ο ευθύγραμμος αγωγός A συνδέεται σε Ηλεκτρική πηγή

3α.Ένας αγωγός A συνδέεται σε τάση V

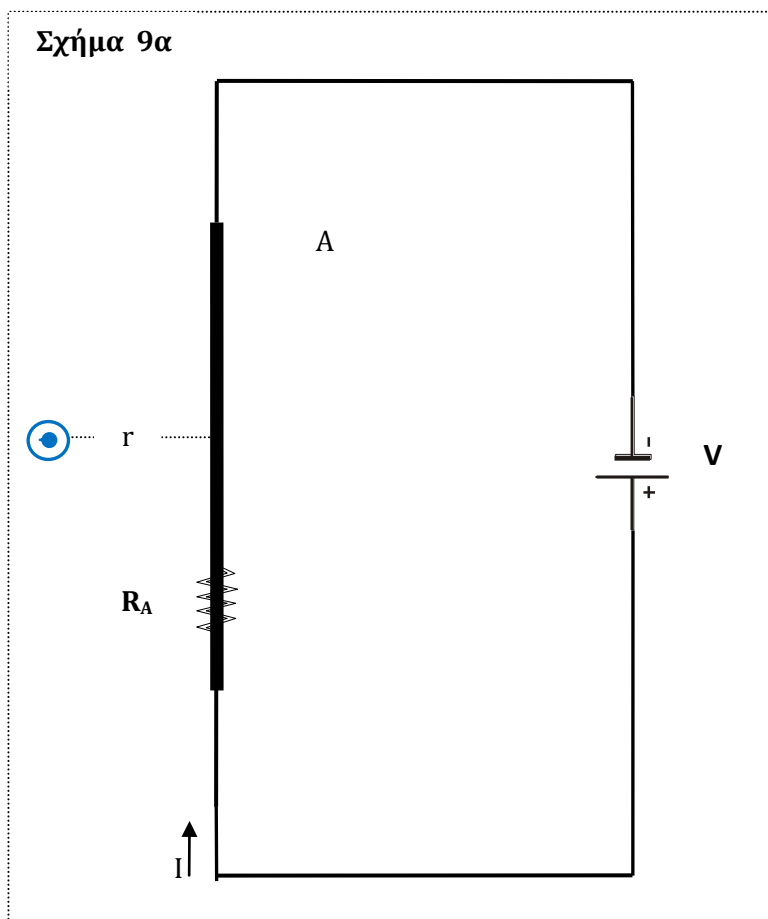
Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση r από τον αγωγό A, ο οποίος έχει αντίσταση R_A , δίνεται από τη σχέση:

$$B = K_{\mu} \frac{2I}{r} \quad (1)$$

$$I = \frac{V}{R_A}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2 \frac{V}{R_A}}{r} = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{V}{R_A}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{V}{R_A} \quad (2)$$



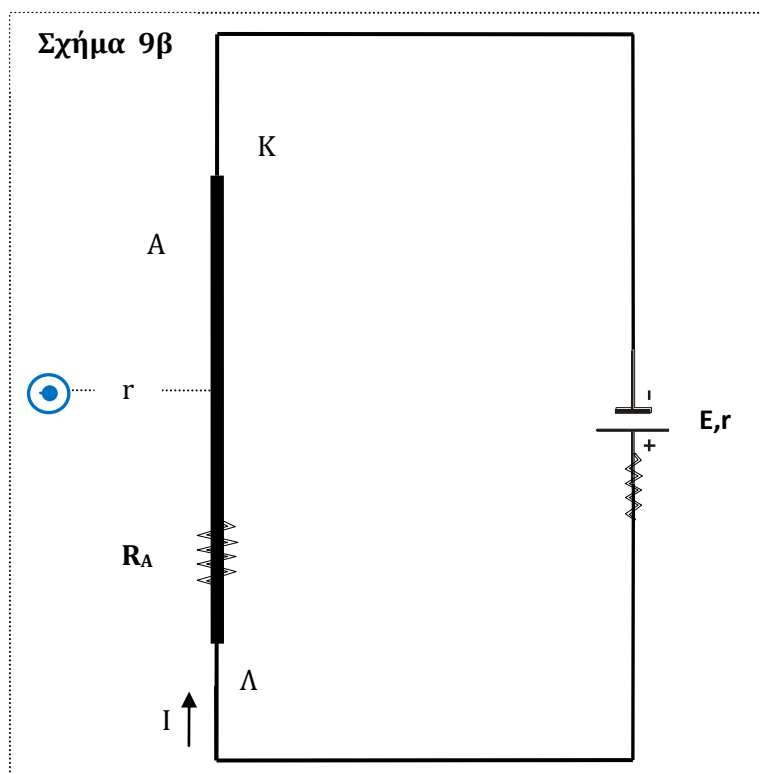
3β. Ο αγωγός A συνδέεται με πηγή Η.Ε.Δ. E και εσωτερικής αντίστασης $r_{αντ}$

$$B = K_{\mu} \frac{2I}{r} \quad (1)$$

$$I = \frac{E}{R_A + r_{αντ}}$$

$$K_{\mu} \frac{2 \frac{E}{R_A + r_{αντ}}}{r} = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{E}{(R_A + r_{αντ})}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{E}{(R_A + r_{αντ})} \quad (3)$$



3γ. Ο αγωγός A συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη και το σύστημα που προκύπτει συνδέεται με πηγή Η.Ε.Δ. E και εσωτερικής αντίστασης $r_{αντ}$

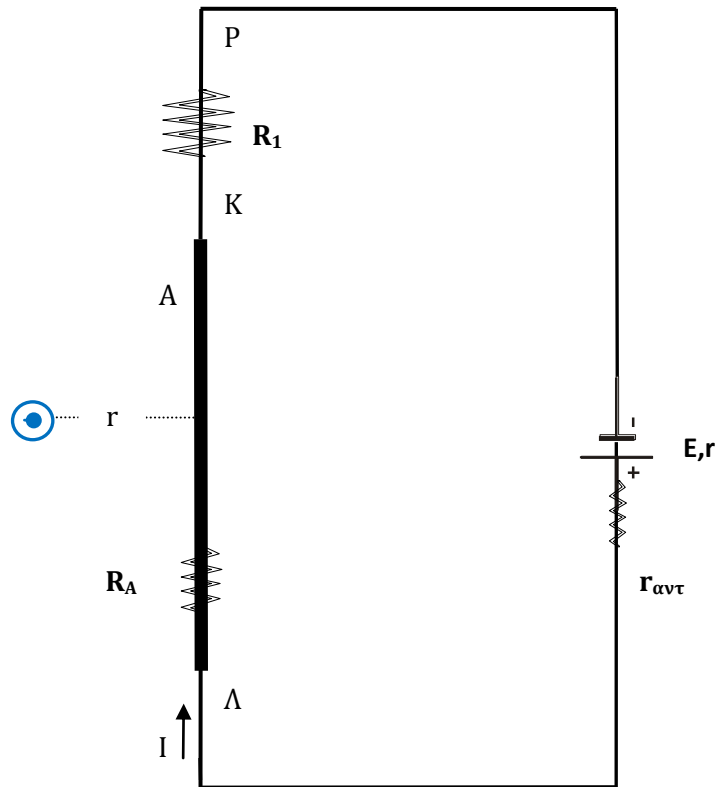
$$B = K_{\mu} \frac{2I}{r} \quad (1)$$

$$I = \frac{E}{R_A + R_1 + r_{αντ}}$$

$$K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{E}{(R_A + R_1 + r_{αντ})}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{E}{(R_A + R_1 + r_{αντ})} \quad (4)$$

Σχήμα 9γ



3δ. Ο αγωγός A συνδέεται σε σειρά με συνδεσμολογία δύο αντιστατών συνδεδεμένων παράλληλα και το σύστημα που προκύπτει συνδέεται με πηγή Η.Ε.Δ. E και εσωτερικής αντίστασης $r_{αντ}$

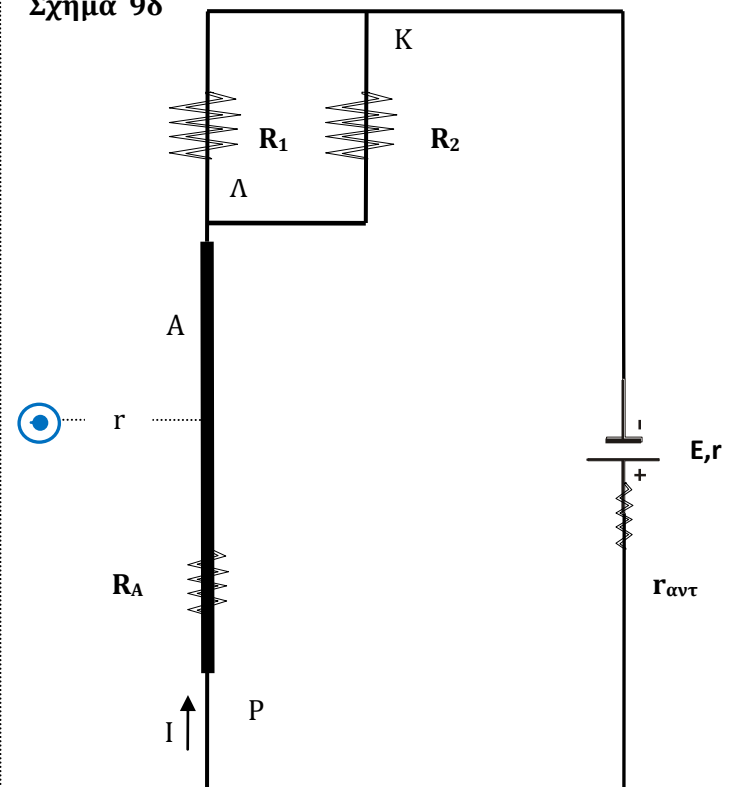
$$B = K_{\mu} \frac{2I}{r} \quad (1)$$

$$I = \frac{E}{R_A + R_{1,2} + r_{αντ}}$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \frac{E}{\left(R_A + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r_{αντ} \right)} \quad (5)$$

Σχήμα 9δ



3Ε.Ο αγωγός Α συνδέεται παράλληλα με αντιστάτη και το σύστημα που προκύπτει συνδέεται με πηγή Η.Ε.Δ. Ε και εσωτερικής αντίστασης $r_{αντ}$

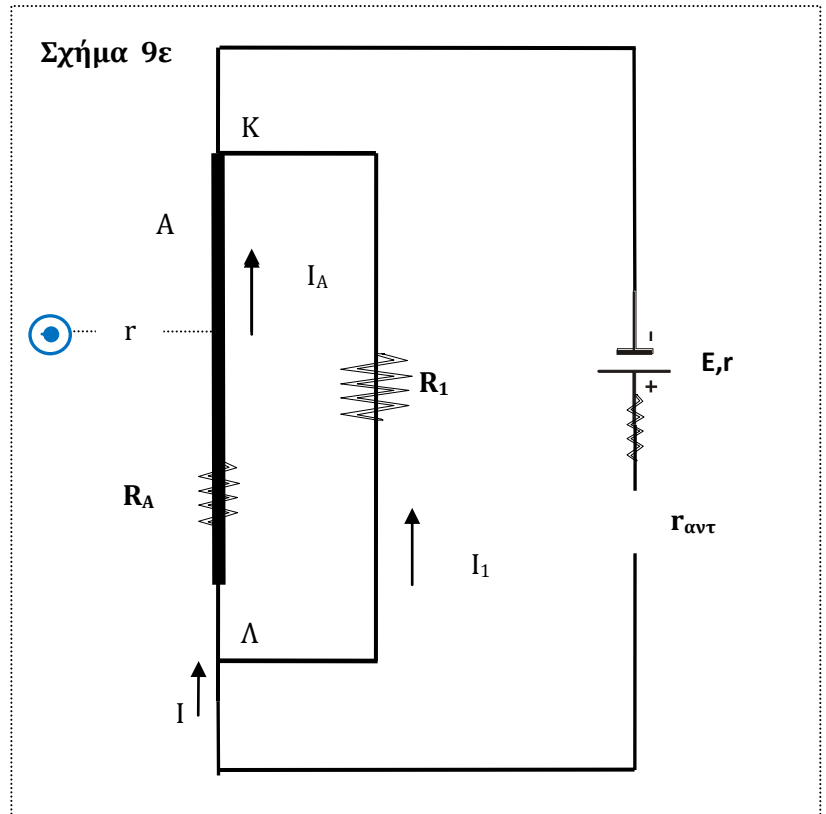
$$B = K_{\mu} \frac{2I_A}{r} \quad (1)$$

$$I_A = \frac{V_{K\Lambda}}{R_A}$$

$$V_{K\Lambda} = V_{πολικη} = E - Ir_{αντ}$$

$$I = \frac{E}{R_{A,1} + r_{αντ}} \quad R_{A,1} = \frac{R_A R_1}{R_A + R_1}$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + r_{αντ}},$$



$$V_{K\Lambda} = V_{πολικη} = E - Ir = E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + r_{αντ}} r_{αντ},$$

$$I_A = \frac{V_{K\Lambda}}{R_A} = \frac{E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + r_{αντ}} r_{αντ}}{R_A}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \left(\frac{E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + r_{αντ}} r_{αντ}}{R_A} \right) \quad (6)$$

3ΣΤ. Ο αγωγός Α συνδέεται παράλληλα με αντιστάτη και το σύστημα που προκύπτει συνδέεται μέσω αντιστάτη με πηγή Η.Ε.Δ. Ε και εσωτερικής αντίστασης $r_{αντ}$

$$\mathbf{B} = K_{\mu} \frac{2I_A}{r} \quad (1)$$

$$I_A = \frac{V_{K\Lambda}}{R_A}$$

$$V_{\text{πολικη}} = V_{NM} + V_{K\Lambda},$$

$$E - I r_{\text{αντ}} = V_{NM} + V_{K\Lambda},$$

$$V_{K\Lambda} = E - I r_{\text{αντ}} - V_{NM}$$

$$V_{NM} = I R_2$$

$$V_{K\Lambda} = E - I r_{\text{αντ}} - I R_2 =$$

$$= E - I (r_{\text{αντ}} + R_2)$$

$$I =$$

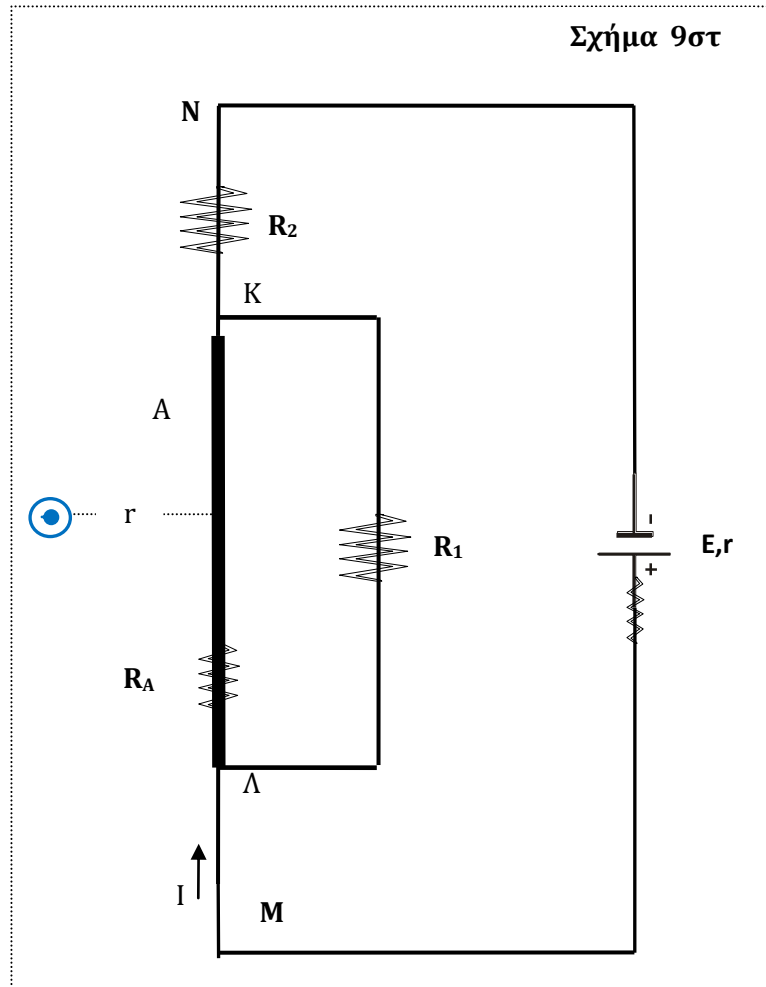
$$\frac{E}{R_{A,1} + R_2 + r_{\text{αντ}}} \quad R_{A,1} = \frac{R_A R_1}{R_A + R_1},$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + R_2 + r_{\text{αντ}}},$$

$$V_{K\Lambda} = E - I (r_{\text{αντ}} + R_2) = E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + R_2 + r_{\text{αντ}}} (r_{\text{αντ}} + R_2),$$

$$I_A = \frac{V_{K\Lambda}}{R_A} \rightarrow I_A = \frac{E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + R_2 + r_{\text{αντ}}} (r_{\text{αντ}} + R_2)}{R_A}$$

Σχήμα 9στ



Προσοχή:Στις περιπτώσεις (1β -1στ).Εάν αντί της πηγής με Η.Ε.Δ. (E) και εσωτερική αντίσταση (r) υπάρχει τάση V , τότε η διαδικασία υπολογισμού της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό παραμένει η ίδια ,απλώς στη θέση της (E) αντικαθιστούμε την (V) και στη θέση της $r_{\text{αντ}}$ το μηδέν (0)

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}_\mu \frac{2}{r} \left(\frac{E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + R_2 + r_{avt}} (r_{avt} + R_2)}{R_A} \right) \quad (7)$$

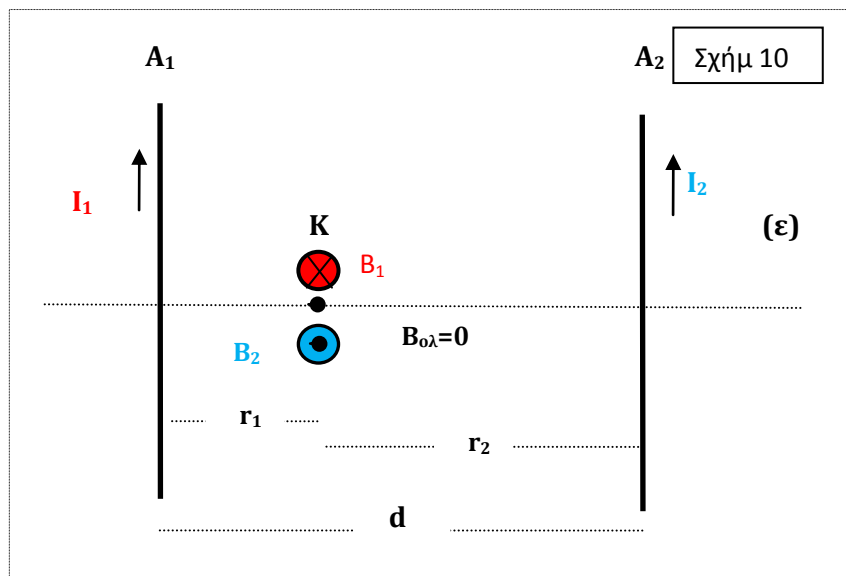
Ενδεικτικά στη περίπτωση 3στ η αντικατάσταση καταλήγει:

$$I_A = \frac{V_{κλ}}{R_A} \rightarrow I_A = \frac{V - \frac{V}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + R_2} R_2}{R_A}$$

4.Μαγνητικό πεδίο δύο ευθυγράμμων ρευματοφόρων αγωγών

4α.Όταν έχουμε δύο **παράλληλους ευθύγραμμους** αγωγούς A_1 και A_2 που διαρρέονται από **ομόρροπα ρεύματα** εντάσεων I_1 και I_2 τότε:

→ Στα σημεία του **επιπέδου** των αγωγών που βρίσκονται **μεταξύ** των δύο αγωγών, οι εντάσεις \vec{B}_1 , \vec{B}_2 των δύο μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί είναι **αντίρροπες** και κατά συνέπεια η **συνολική ένταση** $\vec{B}_{ολ}$ έχει μέτρο ίσο προς τη **διαφορά** των μέτρων των δύο επιμέρους εντάσεων και



φορά την **φορά της** έντασης με το **μεγαλύτερο** μέτρο.Θεωρώντας μία ευθεία (ϵ) **κάθετη** στους δύο αγωγούς υπάρχει **ένα μόνο** σημείο Σ σε αυτή στο οποίο η συνολική ένταση είναι **μηδενική** Το σημείο αυτό απέχει από τους δύο αγωγούς αποστά-

σεις r_1, r_2 των οποίων ο **λόγος** είναι ίσος με το **αντίστροφο** του **λόγου των εντάσεων** των δύο ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς δηλαδή ισχύει:

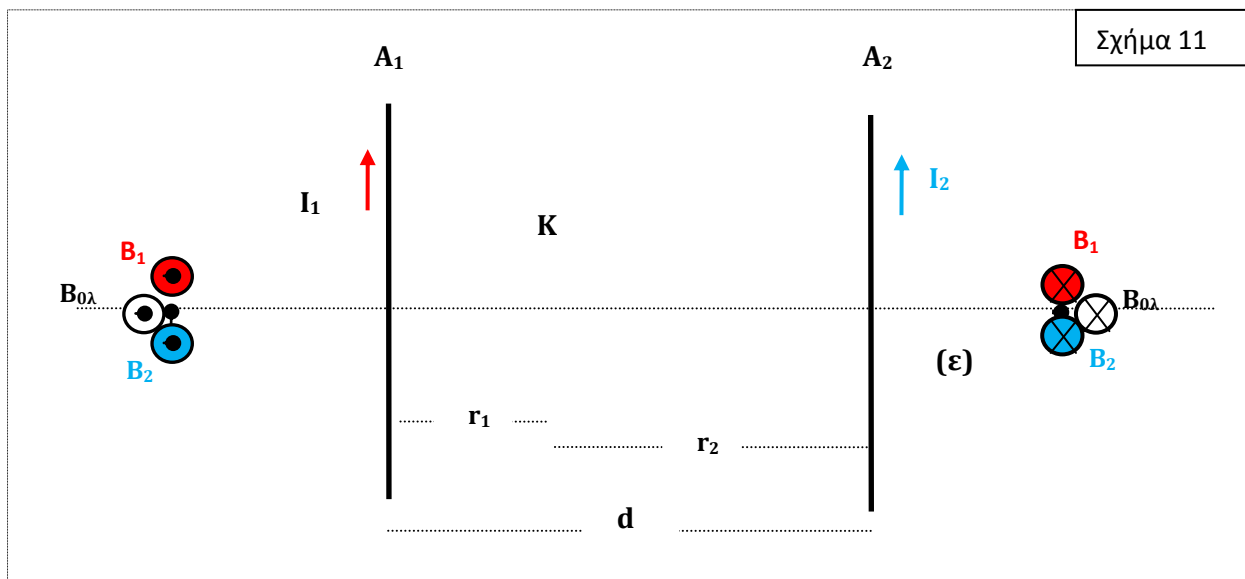
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

Πράγματι: $\vec{B}_{ολ} = 0, \quad \vec{B}_1 = -\vec{B}_2, \quad B_1 = B_2,$

$$K_\mu \frac{2I_1}{r_1} = K_\mu \frac{2I_2}{r_2}, \quad \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2}, \quad \text{με } r_1 + r_2 = d$$

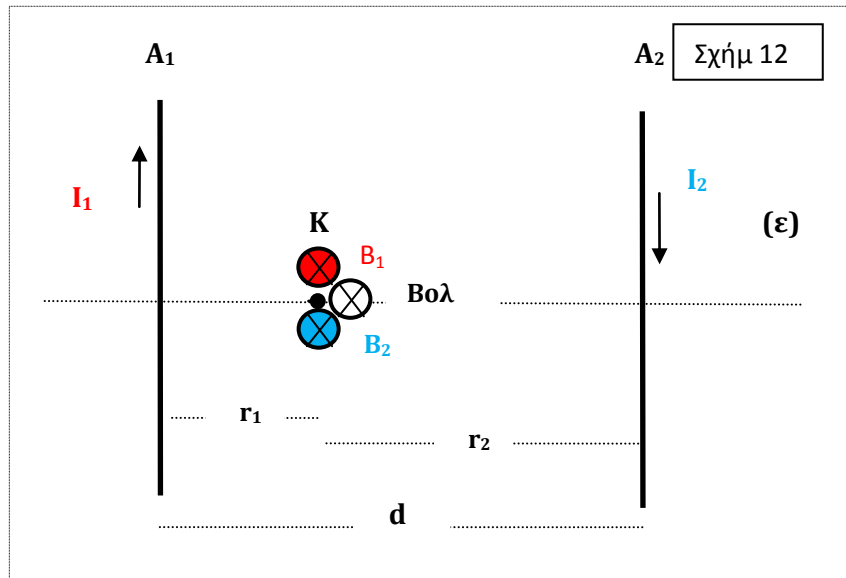
→ Όλα τα σημεία, (γεωμετρικός τόπος), στα οποία η συνολική ένταση είναι **μη-δενική**, βρίσκονται πάνω σε μια **ευθεία παράλληλη** προς τους δύο αγωγούς μεταξύ τους.

→ Στα σημεία του επιπέδου των δύο αγωγών που βρίσκονται **εκτός** των δύο αγωγών οι επιμέρους εντάσεις είναι **ομόρροπες** και η συνολική ένταση έχει μέτρο ίσο με το **άθροισμα** των μέρων των δύο εντάσεων.



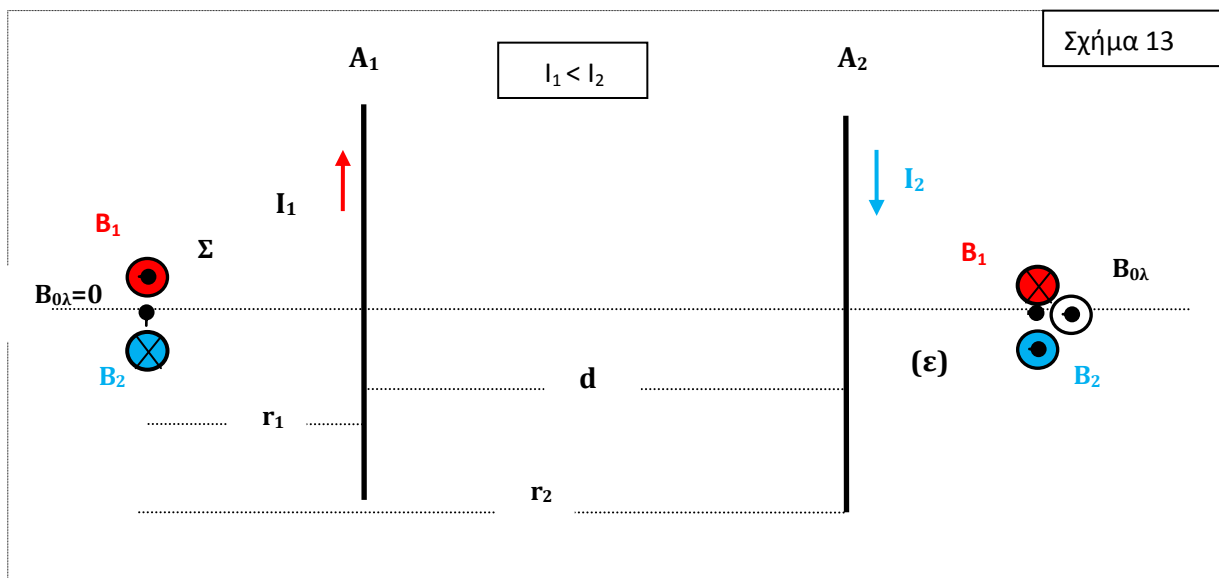
4β.Όταν έχουμε δύο παράλληλους ευθύγραμμους αγωγούς A_1 και A_2 που διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα εντάσεων I_1 και I_2 τότε:

→ Στα σημεία του επιπέδου των αγωγών που βρίσκονται **μεταξύ** των δύο αγωγών, οι εντάσεις \vec{B}_1 , \vec{B}_2 των δύο μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί είναι **ομόρροπες** και κατά συνέπεια η **συνολική ένταση $\vec{B}_{ολ}$** έχει μέτρο ίσο προς το **άθροισμα** των μέτρων των δύο επιμέρους εντάσεων



→ Στα σημεία του επιπέδου των δύο αγωγών που βρίσκονται **εκτός** των δύο αγωγών οι επιμέρους εντάσεις είναι **αντίρροπες**, η συνολική ένταση έχει μέτρο ίσο με το **διαφορά** των μέτρων των δύο εντάσεων και **φορά τη φορά της έντασης με το μεγαλύτερο μέτρο.**

→ Θεωρώντας μία ευθεία **(ε)** κάθετη στους δύο αγωγούς υπάρχει **ένα μόνο** σημείο Σ σε αυτή, στο οποίο η συνολική ένταση είναι **μηδενική**. Το σημείο αυτό βρίσκεται πλησιέστερα προς τον αγωγό που διαρρέεται από το ρεύμα με την **μικρότερη έντα-**



ση, απέχει από τους δύο αγωγούς αποστάσεις r_1, r_2 των οποίων ο **λόγος** ίσος με:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

Πράγματι: $\vec{B}_{\text{ολ}} = \mathbf{0}, \quad \vec{B}_1 = -\vec{B}_2, \quad B_1 = B_2,$

$$K_{\mu} \frac{2I_1}{r_1} = K_{\mu} \frac{2I_2}{r_2}, \quad \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2},$$

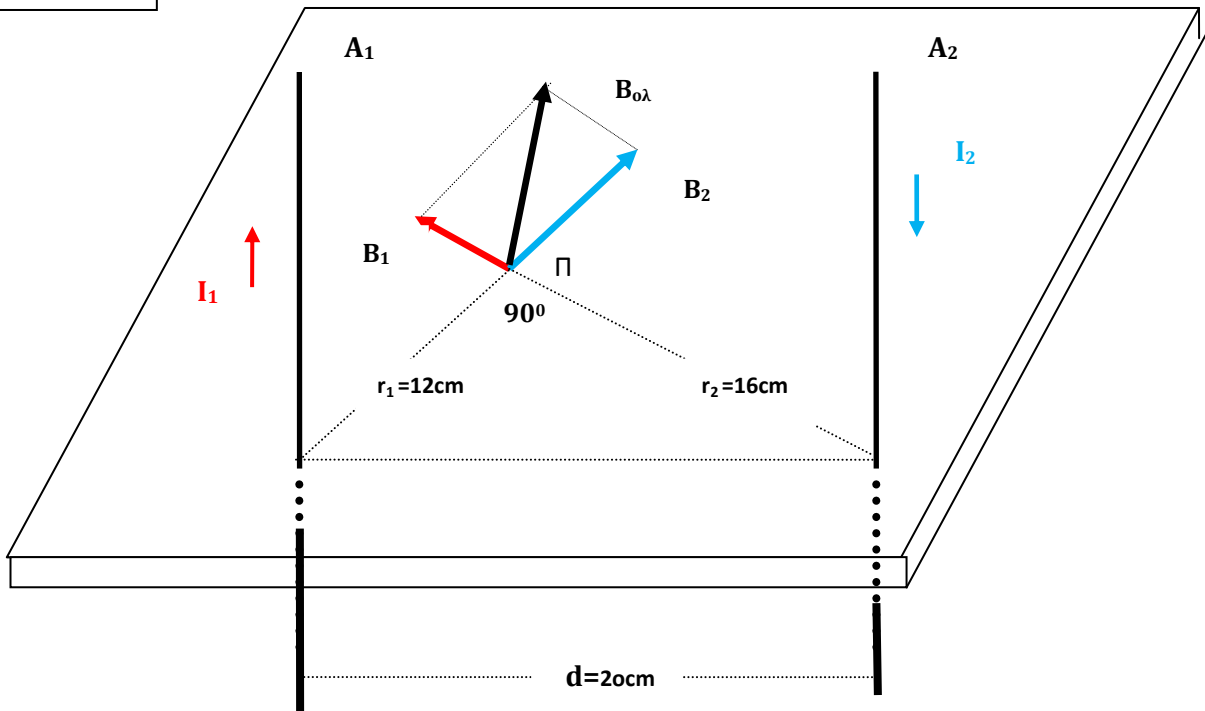
(στην περίπτωση στην οποία $I_1 < I_2$ είναι $r_2 = r_1 + d$)

→ **Όλα τα σημεία**, (γεωμετρικός τόπος) , στα οποία η συνολική ένταση είναι **μηδενική**, βρίσκονται πάνω σε μια **ευθεία παράλληλη** προς τους δύο αγωγούς **εκτός** αυτών και **πλησιέστερα στον αγωγό ο οποίος διαρρέεται από το ρεύμα με την μικρότερη ένταση**.

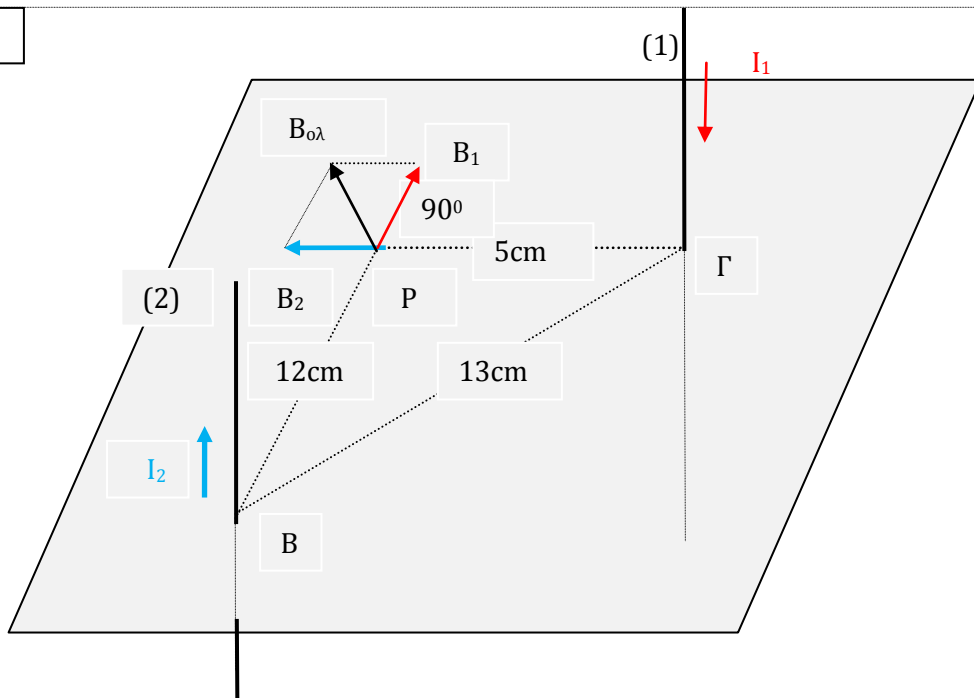
4γ. Όταν έχουμε δύο **παράλληλους ευθύγραμμους** αγωγούς A_1 και A_2 που διαρρέονται από **ομόρροπα** ή **αντίρροπα ρεύματα** εντάσεων I_1 και I_2 , τότε σε κάποιο σημείο το χώρου που βρίσκεται **εκτός** του επιπέδου που ορίζουν οι δύο αγωγοί ,οι δύο επιμέρους εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούνται από τους αγωγούς ,έχουν διευθύνσεις που σχηματίζουν κάποια **τυχαία γωνία** ,οπότε ο προσδιορισμός της συνολικής έντασης καθίσταται δύσκολος και ακολουθεί την γνωστή διαδικασία πρόσθεσης δύο διανυσμάτων . **Εξαιρέση** αποτελεί η περίπτωση εκείνη στην οποία οι δύο επιμέρους εντάσεις έχουν **κάθετες** διευθύνσεις (περίπτωση 8 σχολικού βιβλίου τόμος Α'). Αυτή η περίπτωση προκύπτει όταν οι αποστάσεις r_2, r_1, d αποτελούν πυθαγόρεια τριάδα (d η απόσταση των δύο αγωγών). Δηλαδή ισχύει:

$$r_1^2 + r_2^2 = d^2$$

Σχήμα 14



Σχήμα 15



Η ένταση \vec{B}_1

έχει την διεύθυνση της r_2 και αυτό διότι η \vec{B}_1 είναι κάθετη στην ακτίνα r_1 , στην οποία επίσης κάθετη είναι και η ακτίνα r_2 .

Η ένταση \vec{B}_2

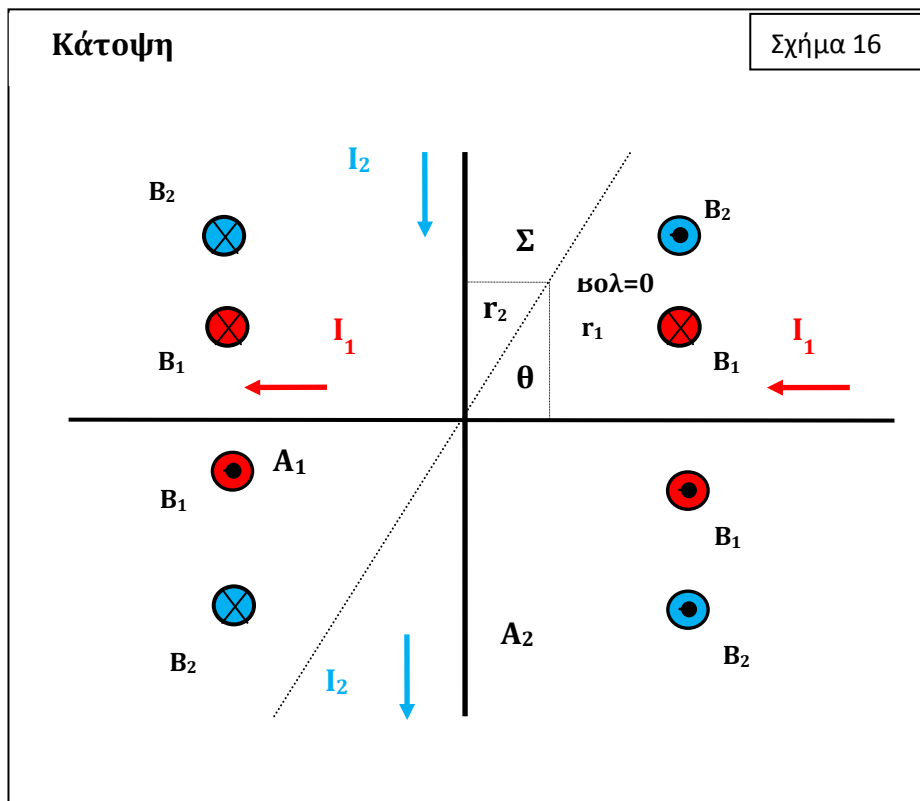
έχει την διεύθυνση της r_1 και αυτό διότι η \vec{B}_2 είναι κάθετη στην ακτίνα r_2 , στην οποία επίσης κάθετη είναι και η ακτίνα r_1 .

η συνολική ένταση έχει μέτρο: $B_1^2 + B_2^2 = B_{ολ}^2$, η $\vec{B}_{ολ}$ σχηματίζει γωνία ϕ με την

\vec{B}_1 της οποίας η εφαπτομένη δίνεται από την σχέση $\epsilon\phi\phi = \frac{B_2}{B_1}$

4δ.Αν οι δύο ευθύγραμμοι αγωγοί είναι κάθετοι μεταξύ τους τότε :

α.οι εντάσεις \vec{B}_1, \vec{B}_2 είναι αντίρροπες στα τεταρτημόρια, στα όρια των οποίων, τα ρεύματα



προσέρχονται στο σημείο τομής των αγωγών ή **απομακρύνονται** από το σημείο αυτό.Στα τεταρτημόρια αυτά υπάρχουν σημεία στα οποία η συνολική ένταση είναι μη-

δενική.Τα σημεία αυτά βρίσκονται πάνω σε μια **ευθεία** η οποία σχηματίζει γωνία θ με τον αγωγό A_1 τέτοια ώστε :

$$\epsilon\varphi\theta = \frac{I_2}{I_1}$$

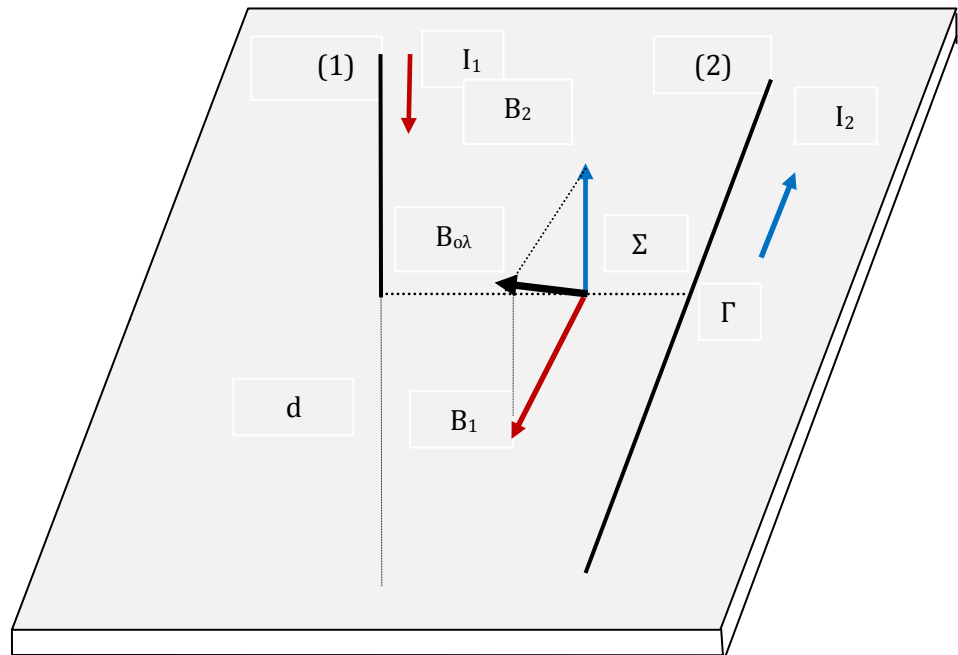
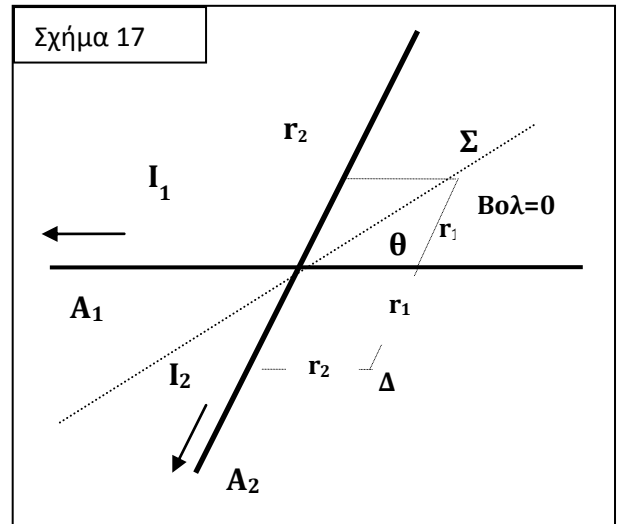
Πράγματι: Στο Σ $B_{ολ} = 0$ άρα $B_1 = B_2$,

$$K_{\mu} \frac{2I_1}{r_1} = K_{\mu} \frac{2I_2}{r_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{και}$$

$$\text{τελικά} \quad \epsilon\varphi\theta = \frac{I_1}{I_2}$$

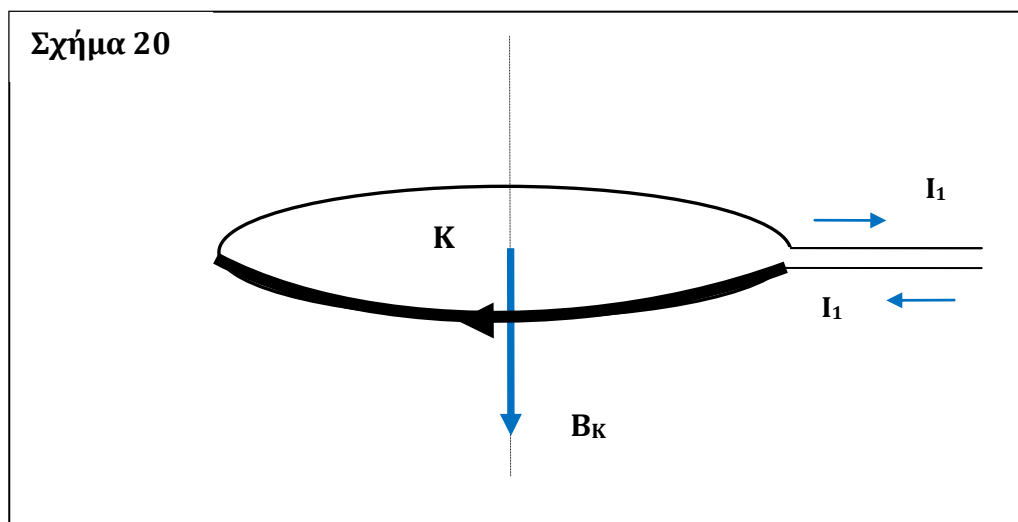
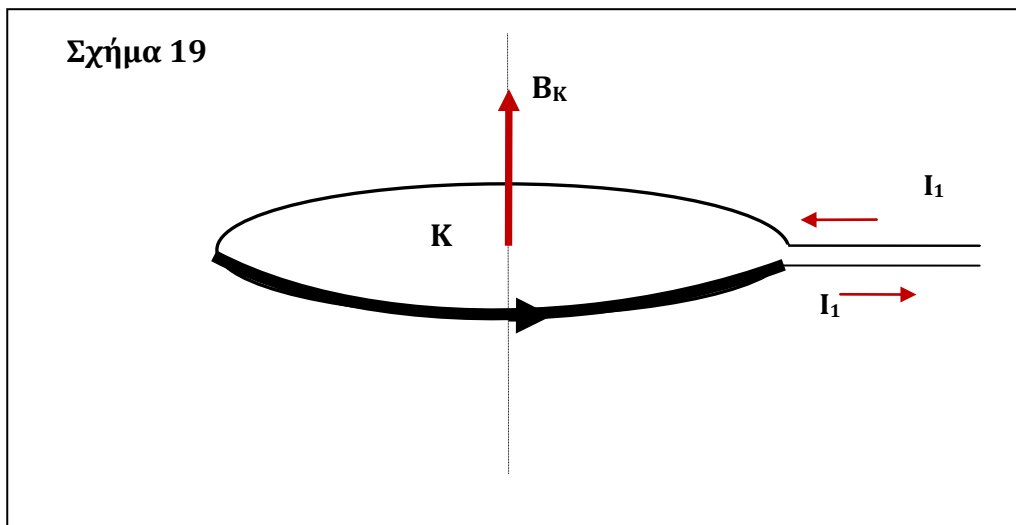
4ε.Αν οι αγωγοί είναι **ασύμβατα** **κάθετοι** ,δηλαδή έχουν κάθετες διευθύνσεις **χωρίς** να βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, τότε οι επιμέρους εντάσεις των δύο μαγνητικών πεδίων σε σημείο Σ του πεδίου των δύο αγωγών είναι κάθετες μεταξύ τους και η ένταση στο σημείο Σ που οφείλεται στην παρουσία στο χώρο του ενός αγωγού βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζει το σημείο Σ με το δεύτερο αγωγό.



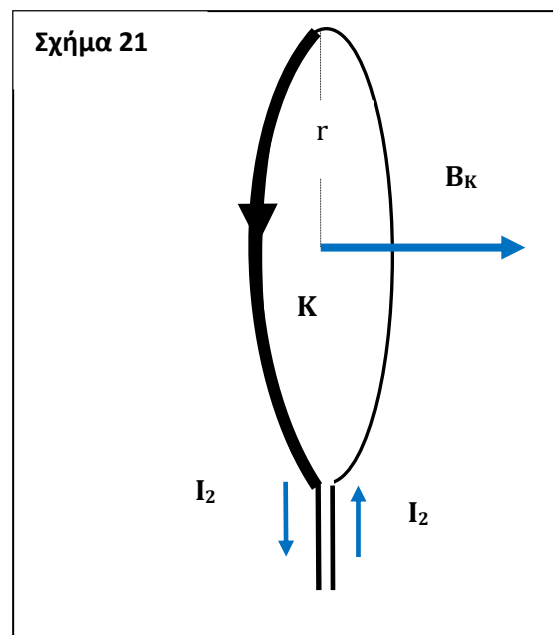
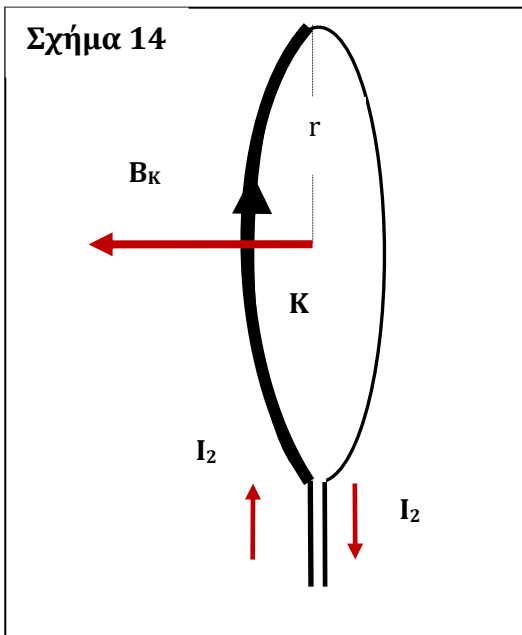
Σχήμα 18

Β.Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού ακτίνας r

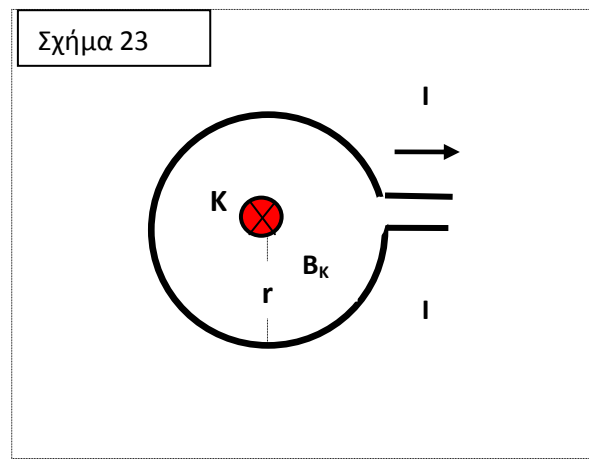
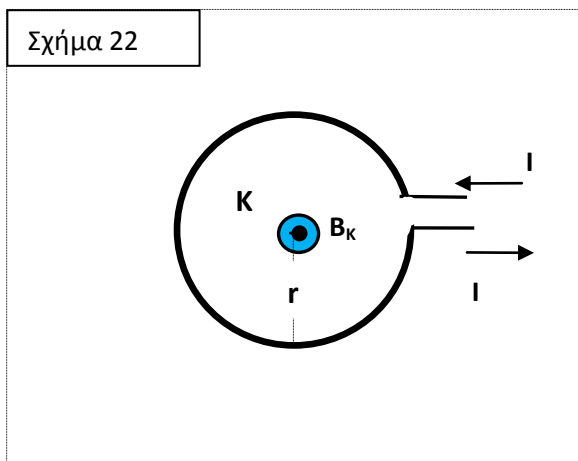
5α.Όταν επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι **οριζόντιο** , τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι **κατακόρυφη** και έχει φορά προς τα **πάνω** στην περίπτωση που το ρεύμα το οποίο διαρρέει τον αγωγό ,έχει φορά **αντίθετη από την φορά των δεικτών του ρολογιού**.Όταν το ρεύμα έχει **την φορά** των δεικτών του ρολογιού, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού, αγωγού έχει φορά προς τα **κάτω**.



5β.Όταν επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι κατακόρυφο και κάθετο στη σελίδα, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι οριζόντια και έχει φορά προς τ'αριστερά στην περίπτωση που το ρεύμα το οποίο διαρρέει τον αγωγό ,έχει φορά **αντίθετη από την φορά των δεικτών του ρολογιού**.Όταν το ρεύμα έχει **την φορά** των δεικτών του ρολογιού, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού, αγωγού έχει φορά προς τα **δεξιά**.



5γ. Όταν επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι κατακόρυφο και πάνω στο επίπεδο της σελίδας, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι οριζόντια και έχει φορά **προς τον αναγνώστη** στην περίπτωση που το ρεύμα το οποίο διαρρέει τον αγωγό ,έχει φορά **αντίθετη από την φορά των δεικτών του ρολογιού**.Όταν το ρεύμα έχει **την φορά** των δεικτών του ρολογιού, τότε η ένταση



του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του

κυκλικού, αγωγού έχει φορά προς το εσωτερικό της σελίδας

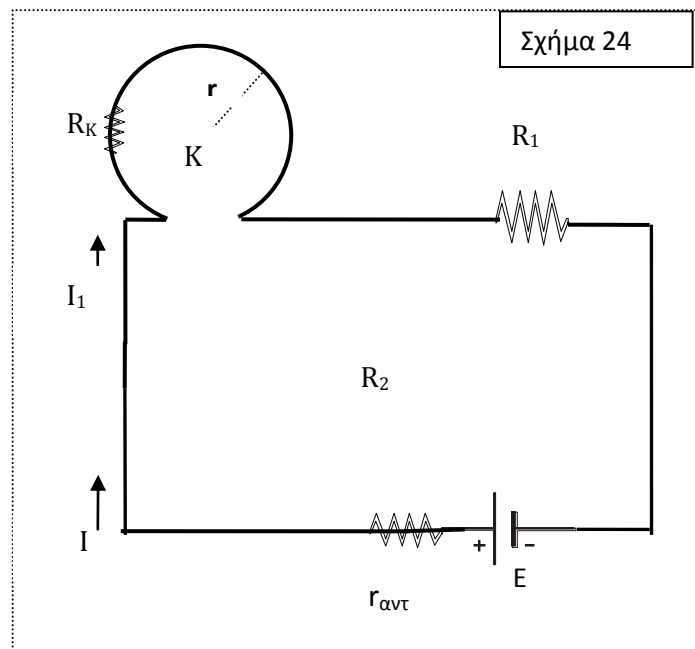
Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού έχει ,όπως σχεδιάστηκε παραπάνω ,**διεύθυνση κάθετη** στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού και φορά που καθορίζεται κατά τα γνωστά με τον κανόνα δεξιού χεριού.Το μέτρο της έντασης αυτής δίνεται από την σχέση:

$$B_K = K_\mu \frac{2\pi I}{r} \quad \text{ή} \quad B_K = K_\mu \frac{2\pi I}{r} N$$

όταν έχουμε πλαίσιο Ν όμοιων σπειρών ακτίνας r.

6.ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΠΟΥ ΔΙΑΡΡΕΙ ΤΟΝ ΚΥΚΛΙΚΟ ΑΓΩΓΟ

Παρατήρηση:Για τον υπολογισμό της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό εργαζόμαστε κατά **τρόπο ανάλογο** με αυτόν με τον οποίο εργαστήκαμε στην περίπτωση του ευθύγραμμου αγωγού .Τα ηλεκτρικά κυκλώματα είναι τα ίδια **(σελ 3-6)** και η ένταση υπολογίζεται με τον **ίδιο ακριβώς τρόπο** απλώς αντικαθιστούμε την αντίσταση του ευθύγραμμου αγωγού R_A με την αντίσταση R_K του κυκλικού αγωγού.Ενδεικτικά σχεδιάζουμε δύο από τις περιπτώσεις αυτές.



→Σχήμα 24 **(Περίπτωση ανάλογη της 3γ)**.Αντιγράφουμε την διαδικασία υπολογισμού της έντασης I

$$I = \frac{E}{R_K + R_1 + r_{αντ}}$$

$$B = K_\mu \frac{2\pi}{r} \frac{E}{(R_A + R_1 + r_{αντ})}$$

→ Σχήμα 25

(Περίπτωση ανάλογη της 3ε).

Αντιγράφουμε την διαδικασία υπολογισμού της έντασης I

$$I_K = \frac{V_{K\Lambda}}{R_K}$$

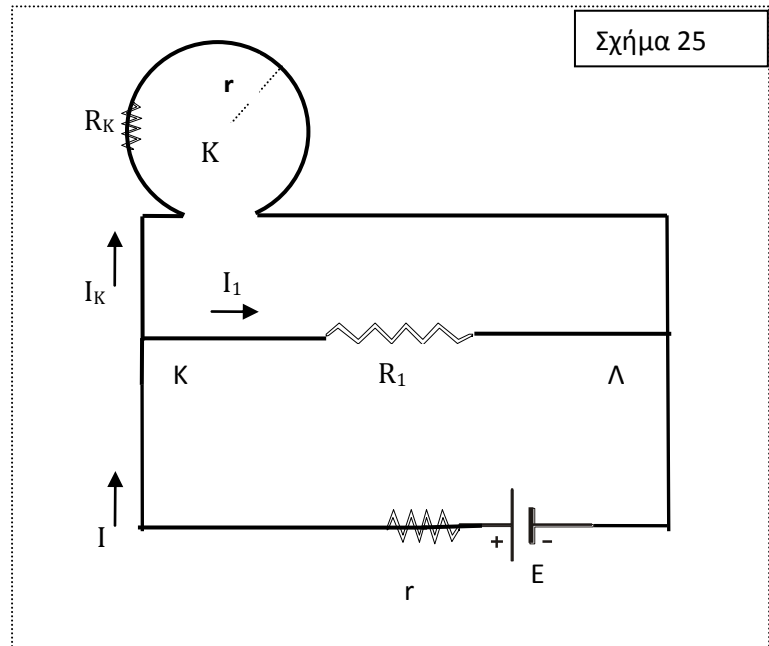
$$V_{K\Lambda} = V_{\text{πολικη}} = E - I r_{\text{αντ}}$$

$$I = \frac{E}{R_{K,1} + r_{\text{αντ}}}, R_{K,1} = \frac{R_K R_1}{R_K + R_1},$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_K R_1}{R_K + R_1} + r_{\text{αντ}}},$$

$$V_{K\Lambda} = V_{\text{πολικη}} = E - I r = E - \frac{E}{\frac{R_K R_1}{R_K + R_1} + r_{\text{αντ}}} r_{\text{αντ}},$$

$$I_K = \frac{V_{K\Lambda}}{R_K} = \frac{E - \frac{E}{\frac{R_K R_1}{R_K + R_1} + r_{\text{αντ}}} r_{\text{αντ}}}{R_K}$$



$$B_K = K_\mu \frac{2\pi}{r} \left(\frac{E - \frac{E}{\frac{R_K R_1}{R_K + R_1} + r_{\text{αντ}}} r_{\text{αντ}}}{R_K} \right) \quad (6)$$

7.Μαγνητικό πεδίο δύο κυκλικών αγωγών

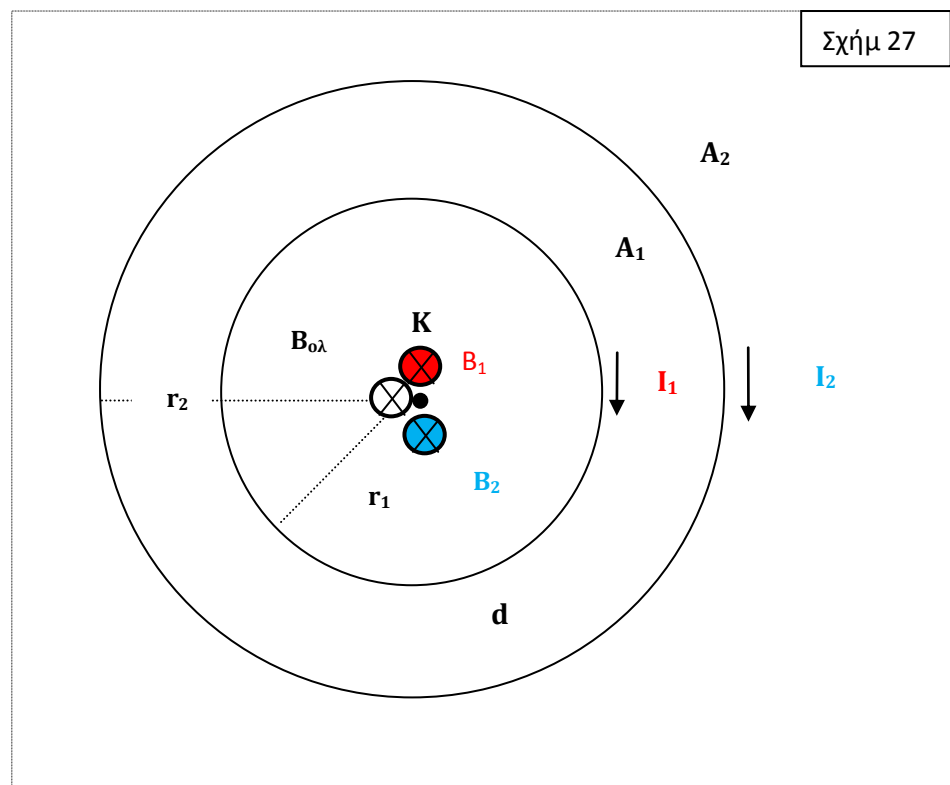
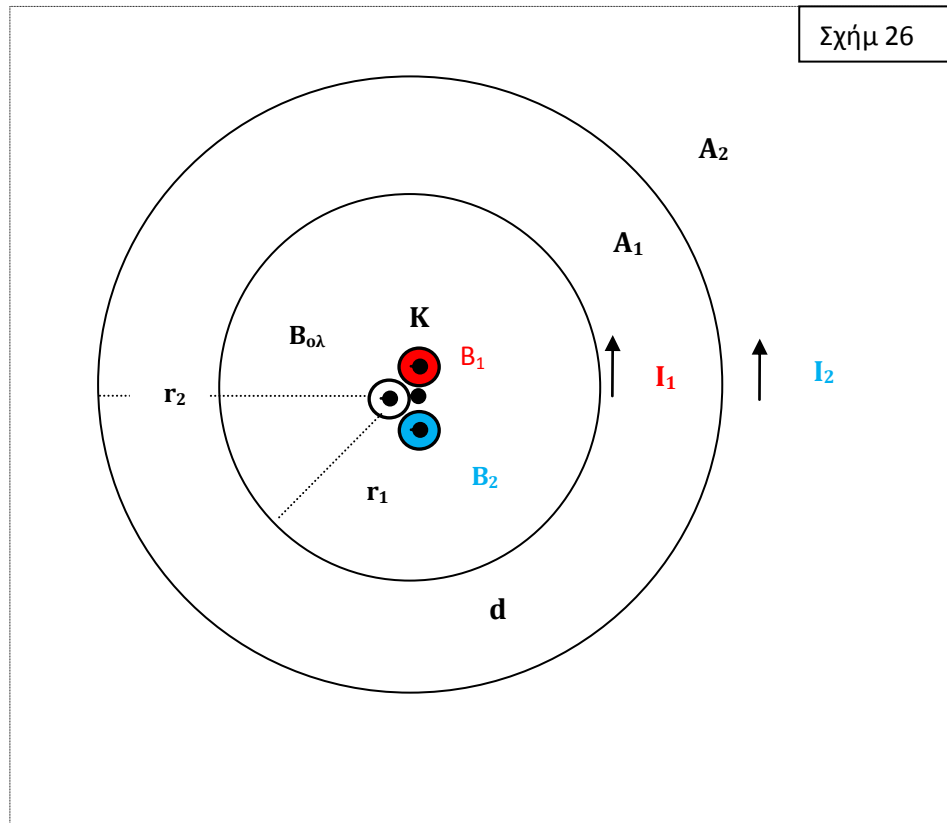
7α.Όταν έχουμε δύο **κυκλικούς** ομόκεντρους αγωγούς A_1 και A_2 που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα, τότε:

→ Στο κοινό τους κέντρο K των δύο αγωγών οι εντάσεις των επιμέρους μαγνητικών πεδίων είναι **ομόρροπες**

→ η συνολική

ένταση $\vec{B}_{ολ}$ στο K έχει μέτρο ίσο προς το **άθροισμα** των μέτρων B_1 και B_2 των δύο αυτών εντάσεων

$$B_{ολ} = B_1 + B_2$$



7β.Όταν οι **κυκλικοί** αγωγοί A_1 και A_2 που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και διαρρέονται από **αντίρροπα** ρεύματα εντάσεων I_1 και I_2 τότε:

→ Στο κοινό τους κέντρο K των δύο αγωγών οι εντάσεις των επιμέρους μαγνητικών πεδίων είναι **αντίρροπες**

→ η συνολική ένταση

$\vec{B}_{ολ}$ στο K , έχει μέτρο ίσο με την **διαφορά** των μέτρων B_1 και B_2 των δύο αυτών εντάσεων

$B_{ολ} = B_1 - B_2$ εφόσον $B_1 > B_2$ ή $B_{ολ} = B_2 - B_1$ εφόσον $B_1 < B_2$

Στην περίπτωση αυτή η **συνολική ένταση** γίνεται **μηδέν** όταν ο λόγος των εντάσεων των ρευμάτων που διαρρέουν τους δύο αγωγούς είναι ίσος με τον λόγο των ακτίνων των δύο αγωγών

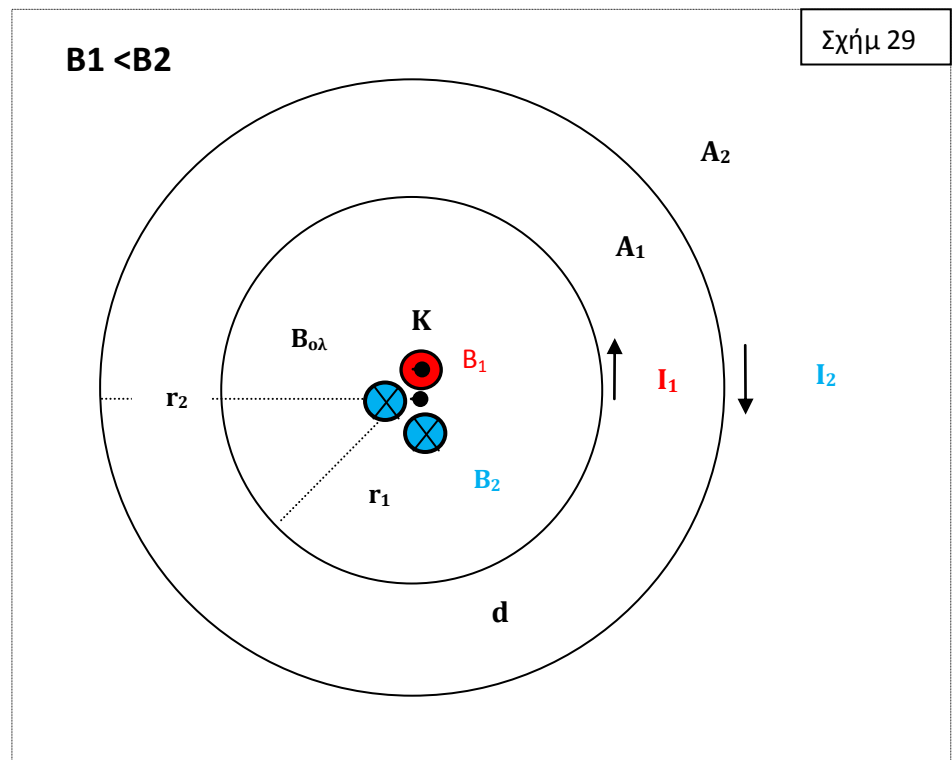
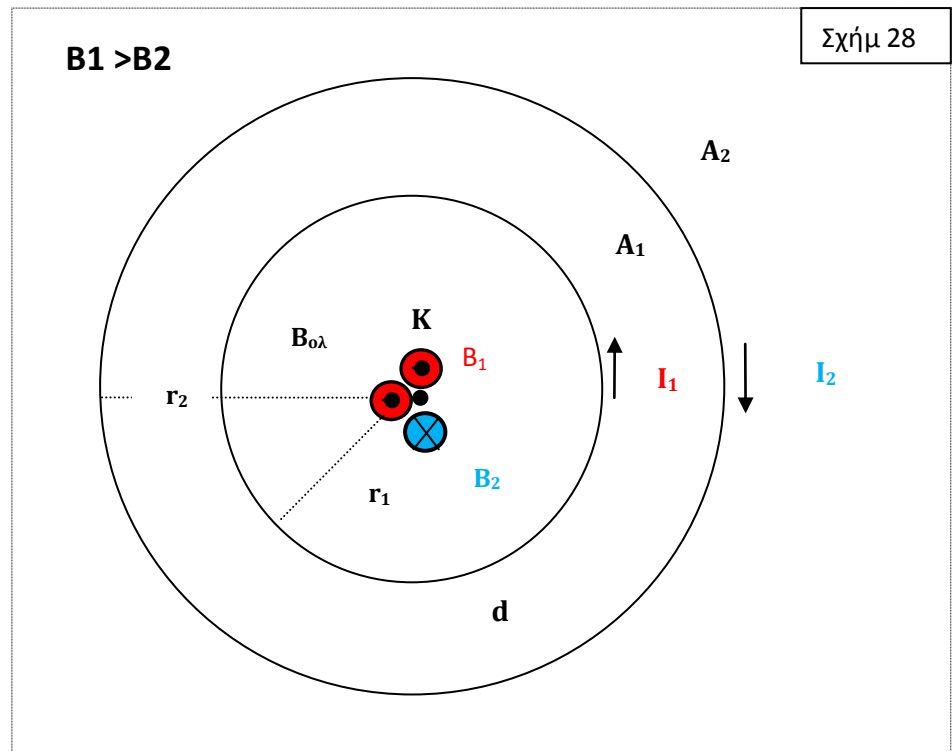
→ **Πράγματι:**

$$B_{ολ} = B_1 - B_2$$

$$0 = B_1 - B_2$$

$$B_1 = B_2$$

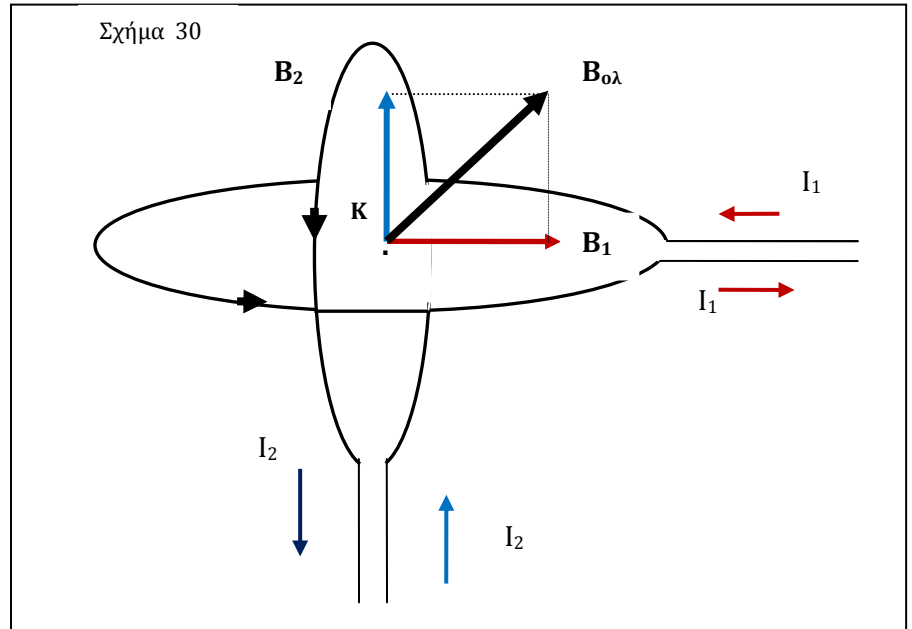
$$K_{\mu} \frac{2\pi I_1}{r_1} = K_{\mu} \frac{2\pi I_2}{r_2}$$



$$\frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}$$

7γ. Όταν οι **κυκλικοί** αγωγοί A_1 και A_2 έχουν κάθετα τα επίπεδά τους και διαρρέονται από **ρεύματα** εντάσεων I_1 και I_2 τότε:

→ Στο κοινό τους κέντρο K των δύο αγωγών οι εντάσεις των επιμέρους μαγνητικών πεδίων είναι **κάθετες**



η συνολική ένταση έχει μέτρο: $B_1^2 + B_2^2 = B_{ολ}^2$, η $\vec{B}_{ολ}$ σχηματίζει γωνία ϕ με την \vec{B}_1

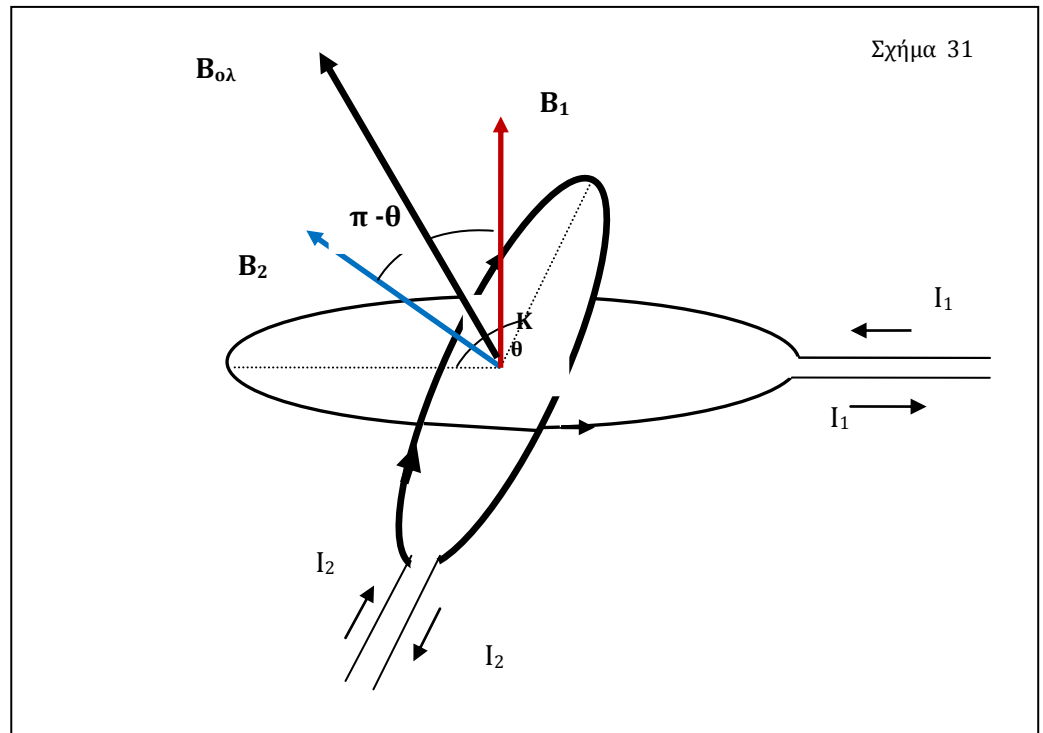
της οποίας η εφαπτομένη δίνεται από την σχέση $\epsilon\phi\phi = \frac{B_2}{B_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{I_2 \cdot r_1}{I_1 \cdot r_2}$ και εφόσον

$$r_1=r_2, \text{ προκύπτει } \epsilon\phi\phi = \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1}$$

Αν επιπλέον είναι και $I_2=I_1$ τότε $\epsilon\phi\phi=1$ και $\phi=45^\circ$

7δ. Όταν οι **κυκλικοί** αγωγοί A_1 και A_2 έχουν επίπεδά που **δεν** είναι κάθετα και διαρρέονται από **ρεύματα** εντάσεων I_1 και I_2 τότε:

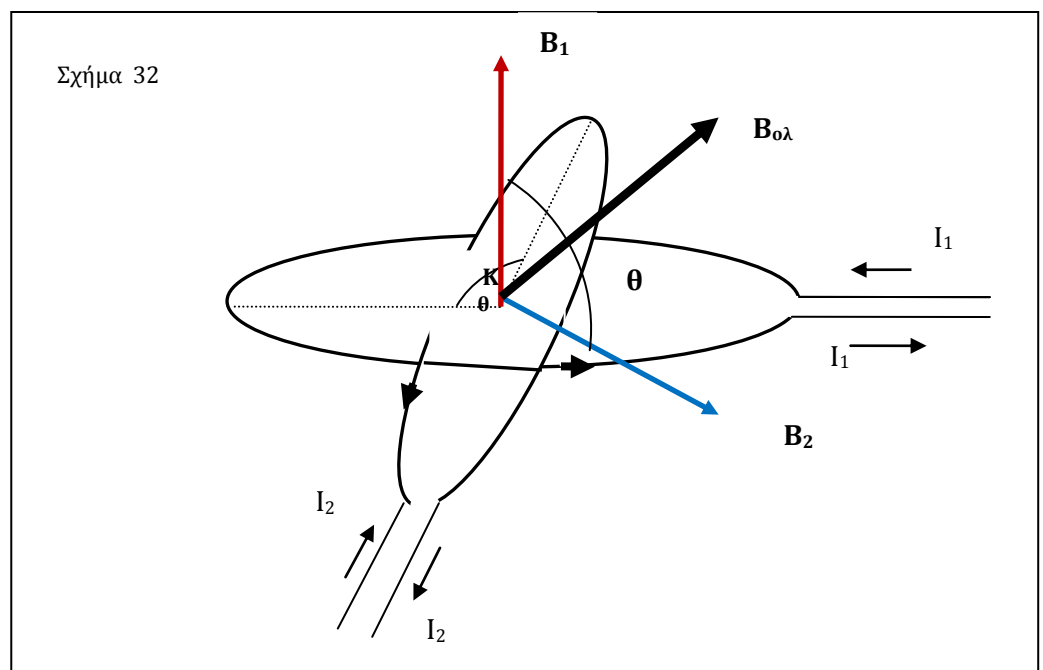
→ Στο κοινό τους κέντρο Κ των δύο αγωγών οι εντάσεις των επιμέρους μαγνητικών πεδίων σχηματίζουν γωνία **ίδια** ή **παραπληρωματική** με αυτή που σχηματίζουν τα δύο επίπεδα. Η συνολική ένταση προκύπτει με νόμο συνημιτόνων η με ανάλυση των επιμέρους εντάσεων σε δύο συνιστώσες ακολουθώντας την διαδικασία συνθεσης διανυσματικών μεγεθών



Με βάση τον νόμο συνημιτόνων προκύπτει το μέτρο της συνολικής έντασης

$$B_{ολ}^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\text{συν}(\pi - \theta) \quad \text{ή} \quad B_{ολ}^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\text{συν}\theta$$

Η $\vec{B}_{ολ}$ σχηματίζει γωνία ϕ με την \vec{B}_1 η οποία μπορεί να Υπολογιστεί με νόμο ημιτόνων



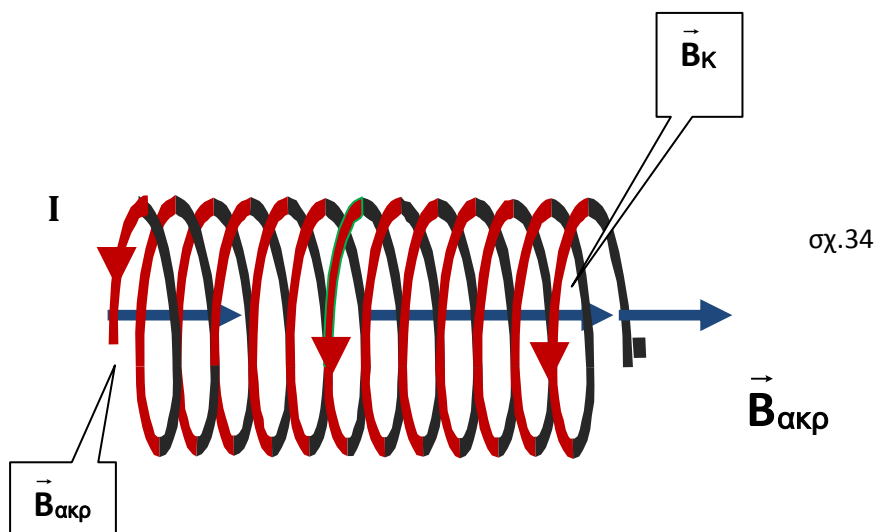
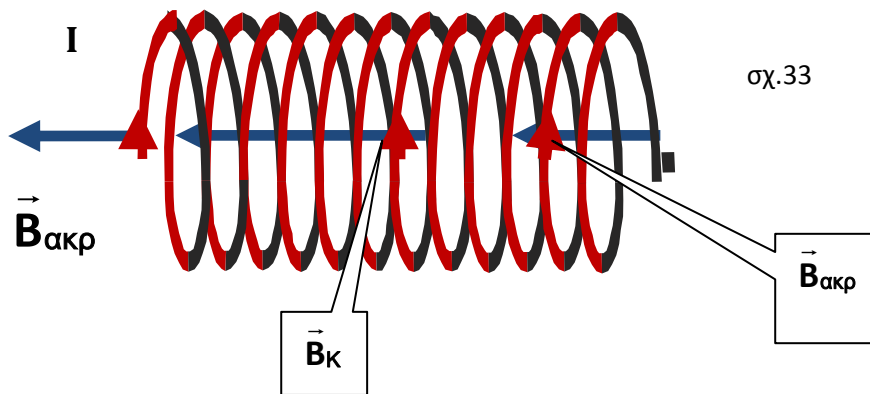
Γ.Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς μήκους l το οποίο έχει N σπείρες

8.Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς και στο μέσο του άξονα δίνεται από την σχέση :

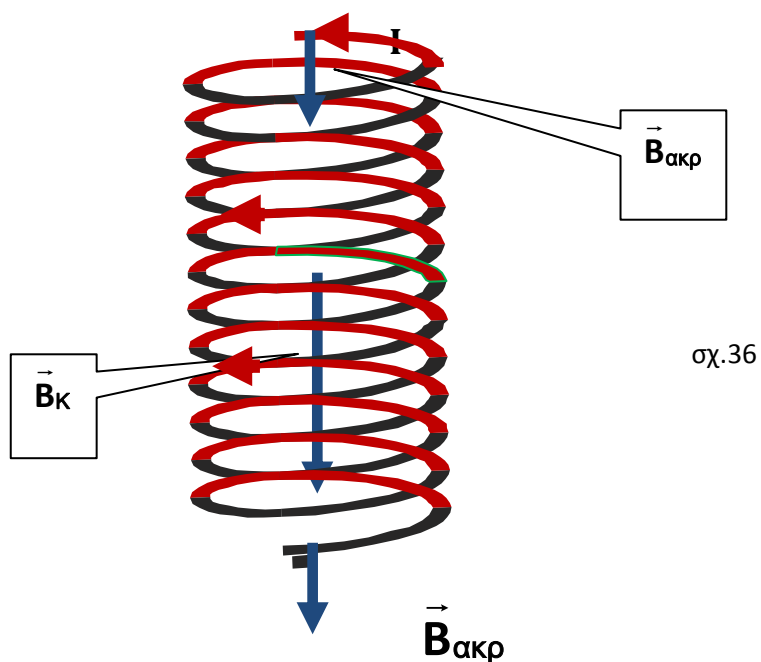
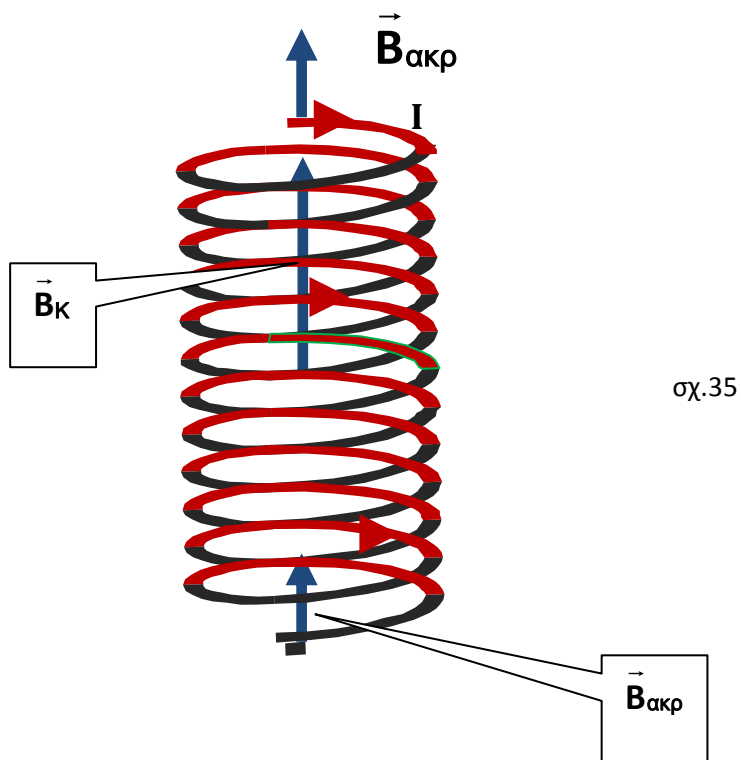
$$B_K = \frac{\mu_0 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{l}$$

όπου N ο αριθμός των σπειρών του σωληνοειδούς , l το μήκος του σωληνοειδούς και $I_{\sigma\omega\lambda}$ η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές. Στα άκρα του σωληνοειδούς η ένταση έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου της έντασης στο κέντρο του σωληνοειδούς.Δηλαδή $B_{\alpha\kappa\rho} = \frac{B_K}{2}$. Η κατεύθυνση της \vec{B} καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού

8α.Το σωληνοειδές είναι οριζόντιο και πάνω στη σελίδα

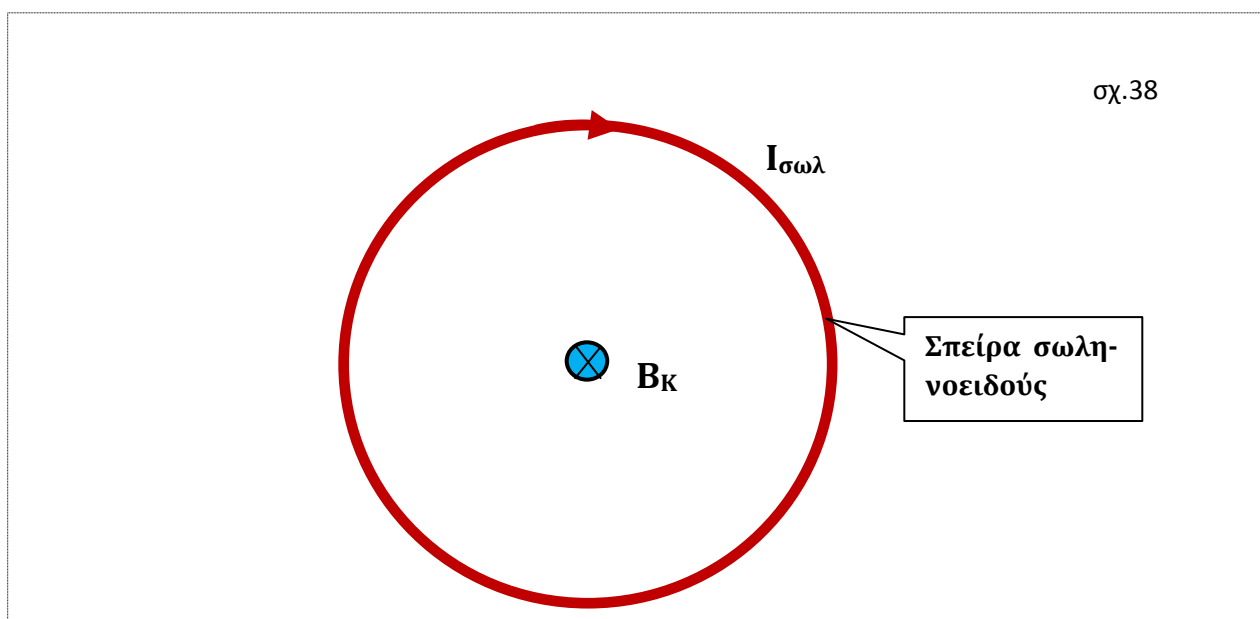
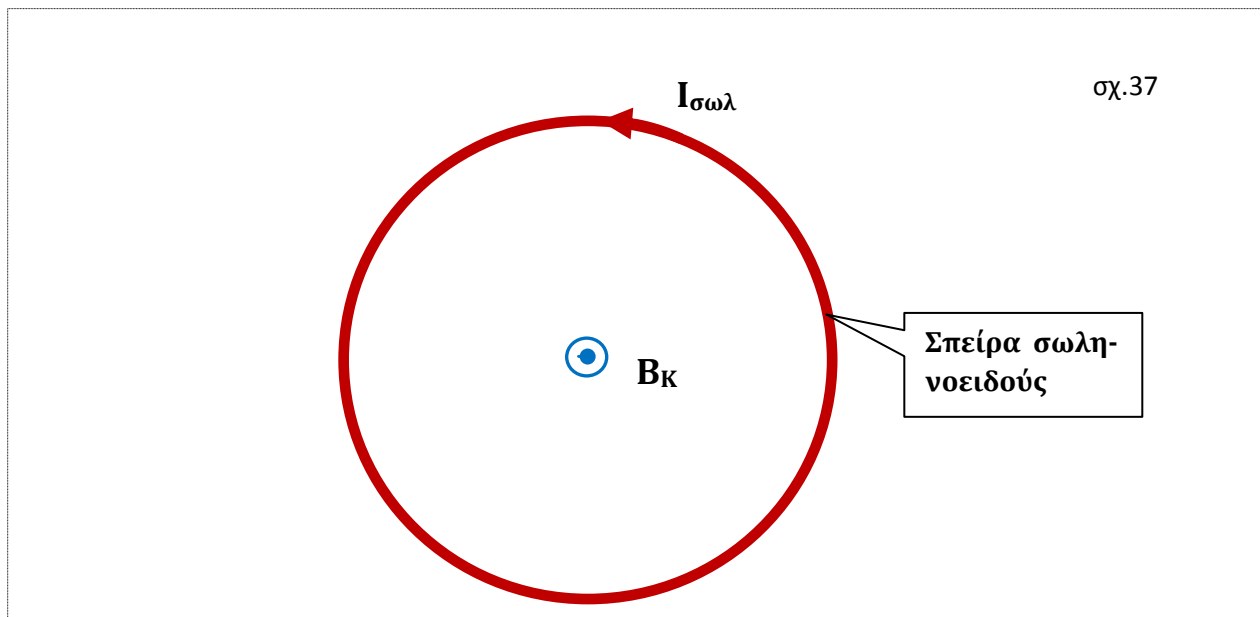


8β.Το σωληνοειδές είναι κατακόρυφο



.....
8γ.Το σωληνοειδές είναι οριζόντιο και κάθετο στη σελίδα

Η εικόνα που έχουμε παρατηρώντας το σχήμα από αριστερά βλέπουμε την πρώτη σπείρα του σωληνοειδούς και την πρώτη σπείρα του κυκλικού πλαισίου



Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές υπολογίζεται με τρόπο ανάλογο με αυτό που ακολουθήσαμε στην περίπτωση του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού και την περίπτωση του κυκλικού αγωγού.Πραθέτουμε τις παρακάτω περιπτώσεις.

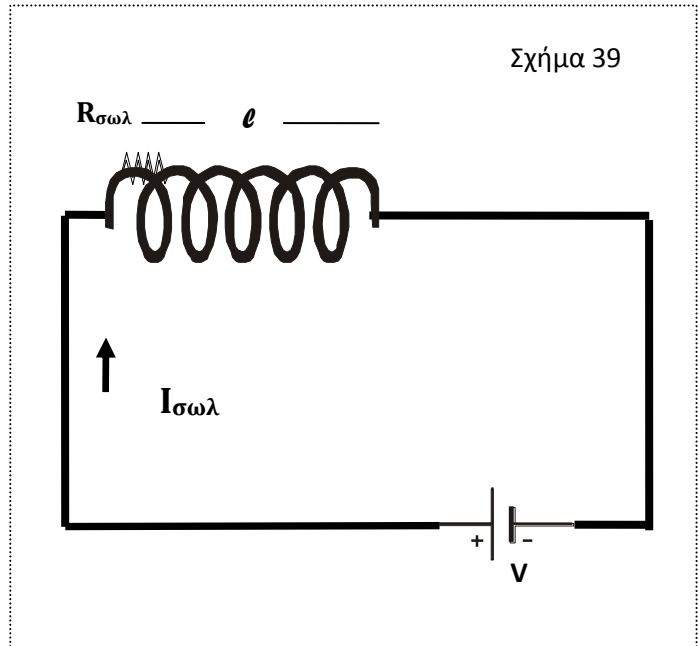
9α.Το σωληνοειδές συνδέεται σε τάση V

(Δεν διευκρινίζεται πως δημιουργείται η τάση αυτή και επίσης δεν γίνεται αναφορά σε Η.Ε.Δ και εσωτερική αντίσταση)

$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{l}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N \frac{V}{R_{\sigma\omega\lambda}}}{l} = \frac{K_{\mu} 4\pi N V}{l R_{\sigma\omega\lambda}}$$



$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N V}{l R_{\sigma\omega\lambda}}$$

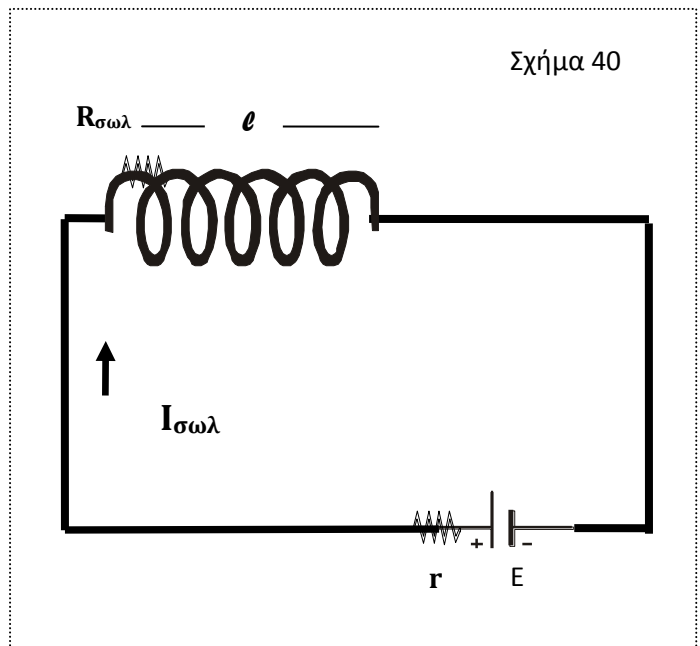
9β.Το σωληνοειδές συνδέεται με πηγή Η.Ε.Δ. Ε και εσωτερικής αντίστασης r.

$$I = \frac{E}{R_{\sigma\omega\lambda} + r}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{l}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N \frac{E}{R_{\sigma\omega\lambda} + r}}{l} = \frac{K_{\mu} 4\pi N E}{l (R_{\sigma\omega\lambda} + r)}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N E}{l (R_{\sigma\omega\lambda} + r)}$$



9γ.Το σωληνοειδές συνδέεται, μέσω ωμικής αντίστασης R , με πηγή Η.Ε.Δ. E και εσωτερικής αντίστασης r .

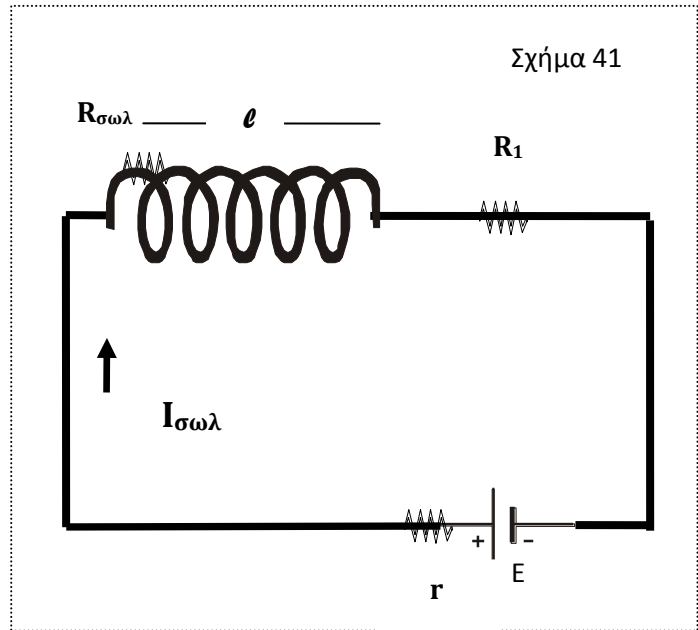
$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{E}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1 + r}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{l}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N E}{l (R_{\sigma\omega\lambda} + R_1 + r)}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N E}{l (R_{\sigma\omega\lambda} + R_1 + r)}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N E}{l (R_{\sigma\omega\lambda} + r)}$$



9δ.Το σωληνοειδές συνδέεται παράλληλα με αντιστάτη αντίστασης R_1 και το σύστημα σε τάση V

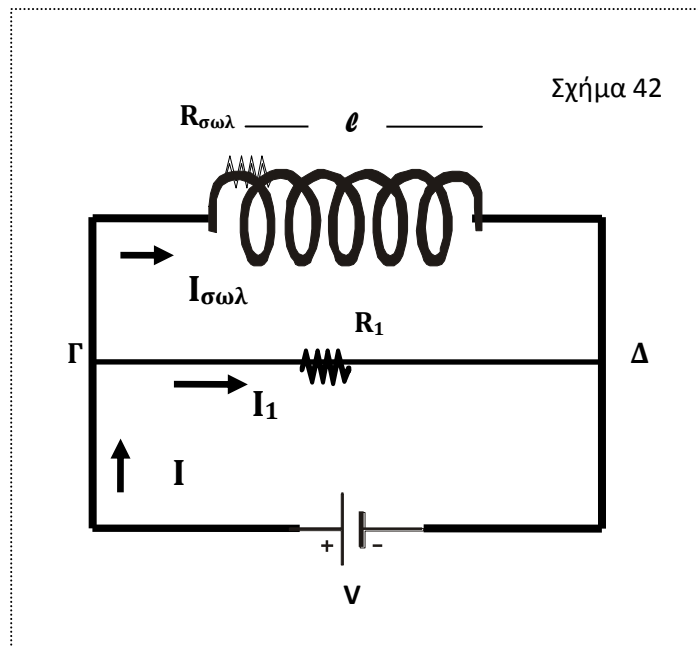
(Δεν διευκρινίζεται πως δημιουργείται η τάση αυτή και επίσης δεν γίνεται αναφορά σε Η.Ε.Δ και εσωτερική αντίσταση)

$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$V_{A\Delta} = V$$

$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$B = \frac{K_{\mu} 4\pi N V}{l R_{\sigma\omega\lambda}}$$



9ε.Το σωληνοειδές συνδέεται παράλληλα με αντίσταση R_1 και το σύστημα μέσω αντίστασης σε σειρά με τάση V

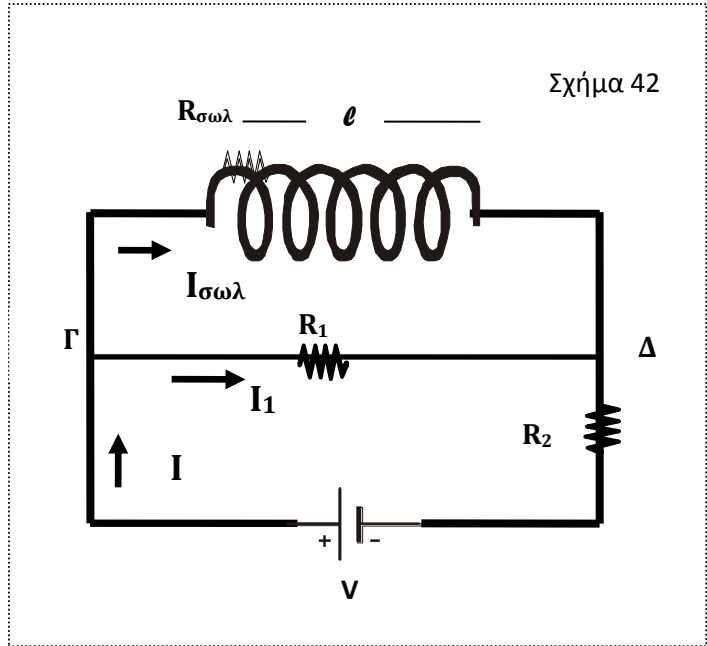
$$I_A = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$V_{\Gamma\Delta} = V_{\text{πολιτική}} = V - IR_2$$

$$I = \frac{V}{R_{\sigma\omega\lambda,1} + R_2}, R_{\sigma\omega\lambda,1} = \frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1},$$

$$I = \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + R_2},$$

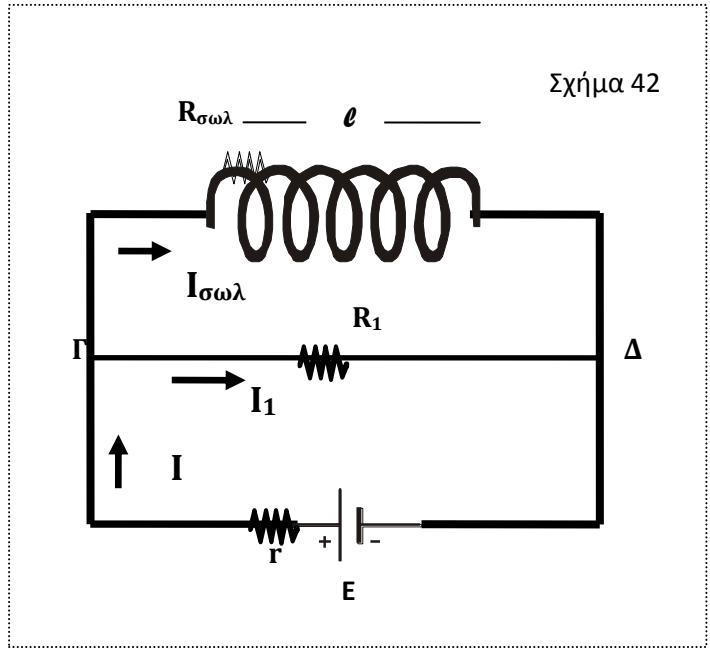
$$V_{\Gamma\Delta} = V - I_{\sigma\omega\lambda} R_2 = V - \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + R_2} R_2,$$



$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{V - \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + R_2} R_2}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$B = K_{\mu} 4\pi N \frac{V - \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + R_2} R_2}{l R_{\sigma\omega\lambda}} = K_{\mu} 4\pi N \left(\frac{V - \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + R_2} R_2}{l R_{\sigma\omega\lambda}} \right)$$

9ε'.Το σωληνοειδές συνδέεται παράλληλα με αντιστατη αντίστασης R_1 και το σύστημα μέσω αντίστασης σε πηγή με Η.Ε.Δ. E και εσωτερική αντίσταση r



$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$V_{\Gamma\Delta} = V_{\text{πολική}} = E - Ir$$

$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{E}{R_{\sigma\omega\lambda,1} + r}, R_{\sigma\omega\lambda,1} = \frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1},$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + r},$$

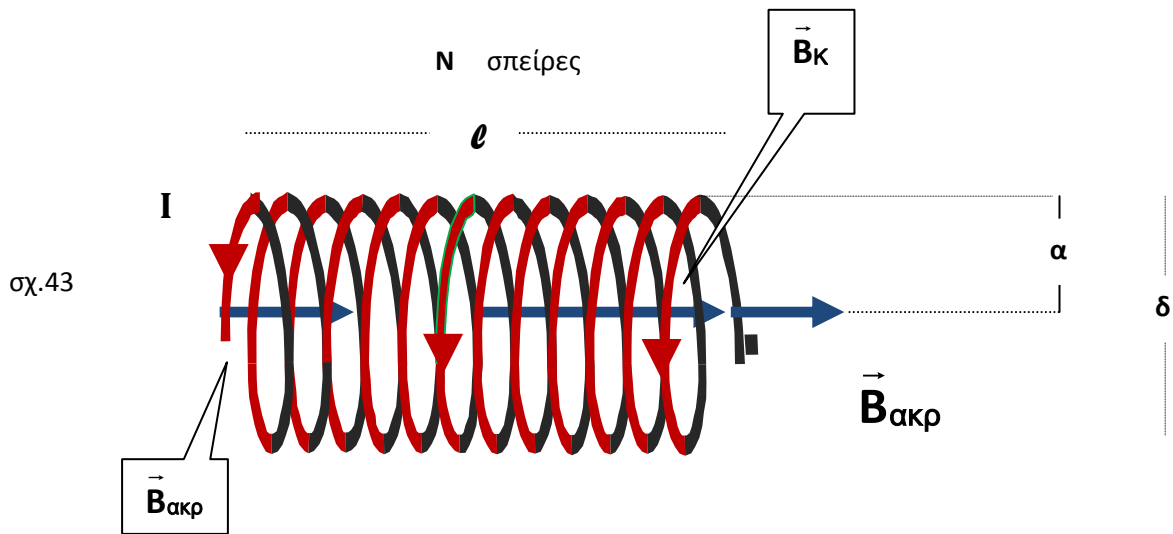
$$V_{\sigma\omega\lambda} = V_{\text{πολική}} = E - Ir = E - \frac{E}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + r} r,$$

$$I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{E - \frac{E}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda} R_1}{R_{\sigma\omega\lambda} + R_1} + r} r}{R_{\sigma\omega\lambda}}$$

$$B = K_{\mu} \frac{2}{r} \left(\frac{E - \frac{E}{\frac{R_A R_1}{R_A + R_1} + r_{\text{αντ}}} r_{\text{αντ}}}{R_A} \right)$$

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΟΥΣ

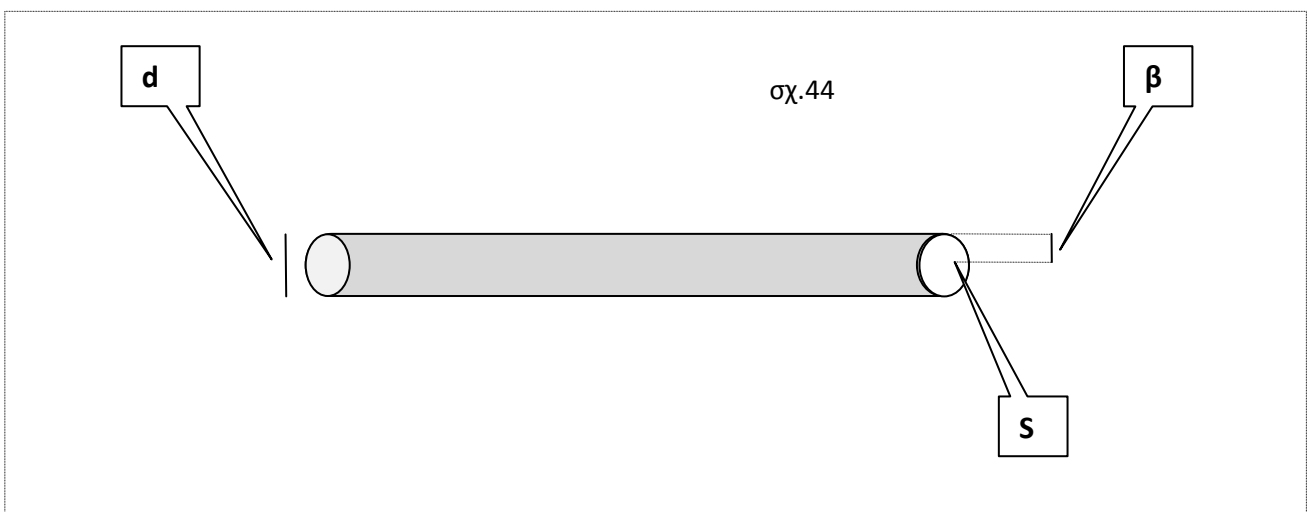
Θεωρούμε το σωληνοειδές του σχήματος το οποίο έχει μήκος ℓ , N σπείρες
 Ο αγωγός ο οποίος τυλίχτηκε, ώστε να σχηματιστεί το σωληνοειδές έχει μήκος L



Εάν κάθε σπείρα του σωληνοειδούς έχει ακτίνα α και διάμετρο δ , τότε κάθε σπείρα έχει περίμετρο $\ell_{\text{σπείρας}} = 2\pi\alpha$ και ισχύει:

$$L = N 2\pi\alpha \rightarrow N = \frac{L}{2\pi\alpha}$$

Η ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς είναι $R_{\text{σωλ}} = \rho \frac{L}{S}$ όπου ρ η ειδική αντίσταση του αγωγού από τον οποίο είναι κατασκευασμένο το σωληνοειδές και S το



εμβαδό διατομής του αγωγού .Ισχύει $S=\pi\beta^2=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\pi\frac{d^2}{4}$, (β η ακτίνα της διατομής του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σωληνοειδές , d η διάμετρος της ίδιας διατομής)

1.Το σύρμα από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σωληνοειδές ξετυλίγεται και κατασκευάζουμε νέο σωληνοειδές με ακτίνα α' .

Το νέο σωληνοειδές έχει:

$$\rightarrow N' \text{ σπείρες και ισχύει } N' = \frac{L}{2\pi\alpha'}$$

\rightarrow ίδια ωμική αντίσταση με το αρχικό

\rightarrow μήκος ℓ' που το επιλέγουμε εμείς.Αυτό μπορεί να είναι ίδιο με το αρχικό

$$\ell' = \ell, \text{ μικρότερο } \ell' < \ell, \text{ ή μεγαλύτερο } \ell' > \ell$$

Εάν στη συνέχεια διοχετεύσουμε ρεύμα ίδιας έντασης με το αρχικό για τα μέτρα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου στα κέντρα των δύο σωληνοειδών έχουμε:

$$\text{αρχικά } B_K = \frac{K_\mu 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{\ell} \text{ και τελικά } B'_K = \frac{K_\mu 4\pi N' I_{\sigma\omega\lambda}}{\ell'}$$

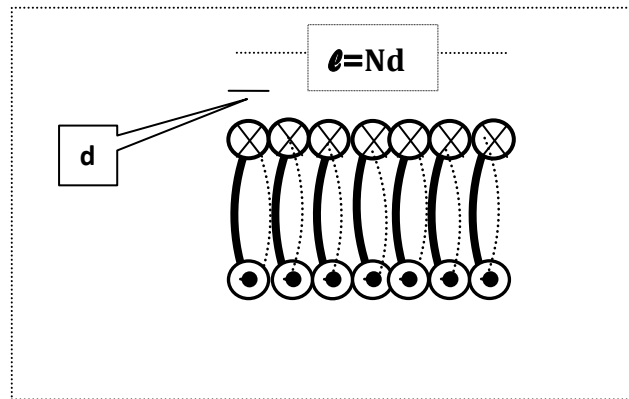
$$\frac{B'_K}{B_K} = \frac{K_\mu \frac{4\pi N'}{\ell'} I_{\sigma\omega\lambda}}{K_\mu \frac{4\pi N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{N'}{N} = \frac{N' \ell}{N \ell'} = \frac{\frac{L}{2\pi\alpha'} \ell}{\frac{L}{2\pi\alpha} \ell'} = \frac{\frac{\ell}{\alpha'}}{\frac{\ell'}{\alpha}} = \frac{\ell \alpha}{\alpha' \ell'}, \quad \boxed{B'_K = \frac{l\alpha}{l'\alpha'} B_K}$$

Παρατήρηση1:Αν $\alpha' = 2\alpha$ τότε:

$$B'_K = \frac{l\alpha}{l'2\alpha} B_K \rightarrow B'_K = \frac{l}{l'2} B_K \rightarrow B'_K = \frac{B_K}{2} \text{ στη περίπτωση που } l = l'$$

Παρατήρηση2.Εάν οι σπείρες εφάπτεται η μία της άλλης τότε ισχύει:

Αρχικά $\ell = Nd$



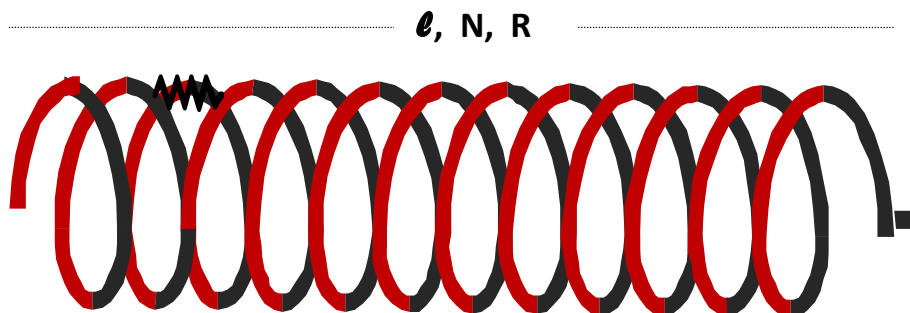
Τελικά $\ell' = N'd$, οπότε:

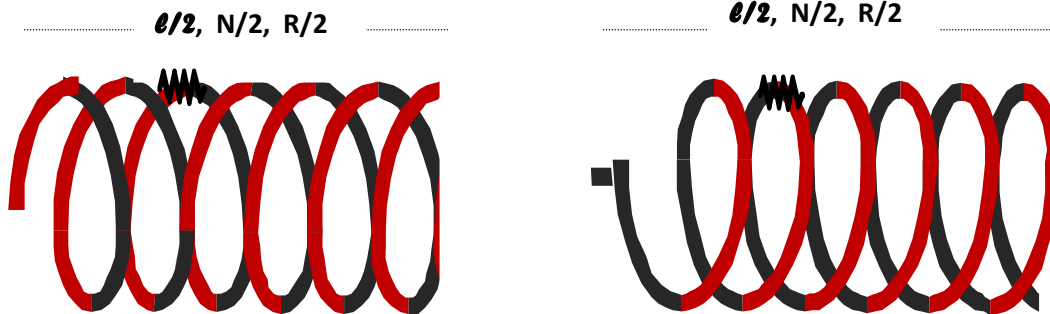
$$\frac{B'_K}{B_K} = \frac{K_\mu \frac{4\pi N'}{\ell'} I_{\sigma\omega\lambda}}{K_\mu \frac{4\pi N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{N'}{\frac{N'd}{N}} = 1, \quad \boxed{B'_K = B_K}$$

Το συμπέρασμα είναι ότι στην περίπτωση που οι σπείρες **εφάπτονται** και με την υπόθεση ότι η **ένταση του ρεύματος** που διαρρέει το σωληνοειδές είναι η **ίδια**, η **ένταση του μαγνητικού πεδίου** στο κέντρο του σωληνοειδούς παραμένει η επίσης **ίδια**. Αυτό ανεξάρτητα από το μήκος της νέας ακτίνας που έχει η σπείρα του σωληνοειδούς.

Παρατήρηση3: Αν το νέο σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα διαφορετικής έντασης από το αρχικό, δηλαδή $I' \neq I$ εργαζόμαστε **αναλόγως**

2. Το το σωληνοειδές κόβεται σε δύο ίδια τμήματα





Κάθε τμήμα έχει:

το μισό του αριθμού των σπειρών: $N' = \frac{1}{2}N$

το μισό μήκος $l' = \frac{1}{2}l$

τη μισή ωμική αντίσταση $R' = \frac{1}{2}R$

2α. Συνδέουμε το ένα τμήμα σε κύκλωμα και φροντίζουμε να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας έντασης $I' = I$

τότε:

για το αρχικό σωληνοειδές $B_K = \frac{\mu_0 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{l}$ και το τμήμα $B'_K = \frac{\mu_0 4\pi N' I_{\sigma\omega\lambda}}{l'}$

$$\text{οπότε, } \frac{B'_K}{B_K} = \frac{\mu_0 \frac{4\pi N'}{l'} I_{\sigma\omega\lambda}}{\mu_0 \frac{4\pi N}{l} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{N'}{\frac{N}{2}} = \frac{N' l}{N l'} = \frac{N \frac{l}{2}}{N l} = 1$$

$$\boxed{B'_K = B_K}$$

2β. Συνδέουμε το ένα τμήμα στην ίδια τάση V στην οποία πριν συνδέσαμε το αρχικό πηνίο

τότε: για το αρχικό σωληνοειδές $B_K = \frac{K_\mu 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{\ell}$ και το τμήμα $B'_K = \frac{K_\mu 4\pi N' I'_{\sigma\omega\lambda}}{\ell'}$

με $I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V}{R}$, και $I'_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V}{\frac{R}{2}} = \frac{2V}{R}$ οπότε :

$$\frac{B'_K}{B_K} = \frac{K_\mu \frac{4\pi N'}{\ell'} I'_{\sigma\omega\lambda}}{K_\mu \frac{4\pi N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{\frac{N'}{\ell'} 2I_{\sigma\omega\lambda}}{\frac{N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = 2 \frac{N' \ell}{N \ell'} = 2 \frac{\frac{N}{2} \ell}{N \frac{\ell}{2}} = 2 \quad \text{δηλαδή} \quad \boxed{B'_K = 2 B_K}$$

2γ.Συνδέουμε το ένα τμήμα στην ίδια πηγή με Η.Ε.Δ. Ε και εσωτερική αντίσταση r στην οποία πριν συνδέσαμε το αρχικό πηνίο

τότε: για το αρχικό σωληνοειδές $B_K = \frac{K_\mu 4\pi N I_{\sigma\omega\lambda}}{\ell}$ και το τμήμα $B'_K = \frac{K_\mu 4\pi N' I'_{\sigma\omega\lambda}}{\ell'}$

με $I_{\sigma\omega\lambda} = \frac{E}{R_{\sigma\omega\lambda} + r}$, και $I'_{\sigma\omega\lambda} = \frac{V}{\frac{R_{\sigma\omega\lambda}}{2} + r} > \frac{V}{R_{\sigma\omega\lambda} + r} = I_{\sigma\omega\lambda}$ οπότε :

$$\frac{B'_K}{B_K} = \frac{K_\mu \frac{4\pi N'}{\ell'} I'_{\sigma\omega\lambda}}{K_\mu \frac{4\pi N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{\frac{N'}{\ell'} I'_{\sigma\omega\lambda}}{\frac{N}{\ell} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{N' \ell' I'_{\sigma\omega\lambda}}{N \ell I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{\frac{N}{2} \ell' I'_{\sigma\omega\lambda}}{N \frac{\ell}{2} I_{\sigma\omega\lambda}} = \frac{I'_{\sigma\omega\lambda}}{I_{\sigma\omega\lambda}} > 1 \quad \boxed{B'_K > B_K}$$

