

## ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ ΣΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

### ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

Να την συνδυάσουμε με ένα νοητικό ταξιδάκι στον Άρη.

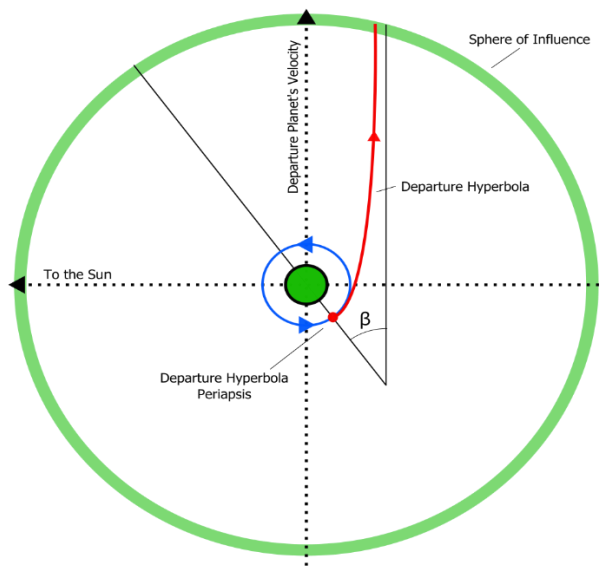
Στο κέντρο είναι η γη, ο πράσινος κύκλος στη διαστημική λέγεται σφαίρα επιρροής της γης και οτιδήποτε εντός αυτής υπόκειται στη δράση μόνο του βαρυτικού πεδίου της γης. Ένα διαστημόπλοιο που θα περάσει από την σφαίρα επιρροής λέμε ότι εγκατέλειψε το βαρυτικό πεδίο της γης και από εκεί και μετά κινείται υπό την επίδραση μόνο του ήλιου. Η ακτίνα αυτής της σφαίρας είναι 925.000 km. Ο μπλε κύκλος είναι περίπου η πρώτη κοσμική ταχύτητα, δηλαδή

δορυφορική τροχιά σε ύψος  $h = 0$ ,  $u_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = 8 \text{ km/s}$ .

Αν η εκτόξευση γίνει με ταχύτητα  $u$  τέτοια ώστε  $u_1 < u < u_\delta$  το σώμα θα γίνει δορυφόρος της γης σε ελλειπτική τροχιά ή κατά προσέγγιση κυκλική (κλειστές τροχιές).

Αν η εκτόξευση γίνει με  $u = u_\delta$  το σώμα θα διαγράψει παραβολική τροχιά (ανοιχτή τροχιά) και θα φτάσει στη σφαίρα επιρροής με μηδενική ταχύτητα χωρίς επιστροφή στη γη.

Οι εκτοξεύσεις για πτήση στο ηλιακό σύστημα γίνονται με  $u > u_\delta$  σε παραβολική τροχιά (επίσης ανοιχτή τροχιά).



Στο σχεδιασμό διαστημικών πτήσεων στον Άρη ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

**1.** Η αναχώρηση των αποστολών γίνεται όταν ο Άρης είναι σε αντίθεση δηλαδή με τη σειρά σε ευθεία Ήλιος-Γη-Άρης οπότε ο Άρης είναι στην πιο κοντινή

απόσταση στη γη. Σε αντίθεση ο Άρης είναι κάθε 2 χρόνια περίπου. Το 2020 είχαμε 3 αποστολές από NASA, Κίνα και Ηνωμένα Αραβικά Εμιράτα. Φέτος θα πραγματοποιηθεί η αποστολή (rover) που καθυστέρησε και δεν πρόλαβε το 2020, από Ρωσία και Ευρωπαϊκό οργανισμό διαστήματος (ESA).

2. Ο πύραυλος θέτει το διαστημόπλοιο σε μια λεγόμενη τροχιά parking (η μπλέ).

3. Στην τροχιά parking δίνεται η απαραίτητη ώθηση ώστε  $v > v_s$  τόσο όσο απαιτείται για τον Άρη.

4. Το διαστημόπλοιο βγαίνει από το βαρυτικό πεδίο της γης και κινείται σε ηλιοκεντρική τροχιά (ονομάζεται τροχιά μεταφοράς) μέχρι τη σφαίρα επιρροής του Άρη.

5. Τώρα ακολουθεί η αντίστροφη ακριβώς πορεία από αυτή που βγήκε από το βαρυτικό πεδίο της γης. Εννοείται ότι στη φάση αυτή θεωρούμε ότι στο διαστημόπλοιο ενεργεί μόνο η βαρύτητα του Άρη.

### ΜΑΥΡΕΣ ΤΡΥΠΕΣ

1. Η εξίσωση της ακτίνας Schwarzschild προκύπτει ίδια και από τις εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ, η προσέγγιση αφορά το γεγονός ότι θεωρεί τη μαύρη τρύπα άνευ περιστροφής, ενώ στην πράξη μη περιστρεφόμενη μαύρη τρύπα δεν υπάρχει.

2. Το σχολικό βιβλίο υπονοεί ότι οι μαύρες τρύπες έχουν άπειρη πυκνότητα. Η αλήθεια είναι ότι άπειρη είναι η πυκνότητα της μοναδικότητας στο κέντρο της μαύρης τρύπας αμελητέων διαστάσεων στις ακίνητες ή ένας μικρός δακτύλιος στις περιστρεφόμενες. Ας κάνουμε μια απλή αντικατάσταση στον τύπο της πυκνότητας.

$$\rho = M/V = M/(4/3\pi R^3) = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi \frac{8G^3 M^3}{c^6}} \Rightarrow \rho = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2}$$

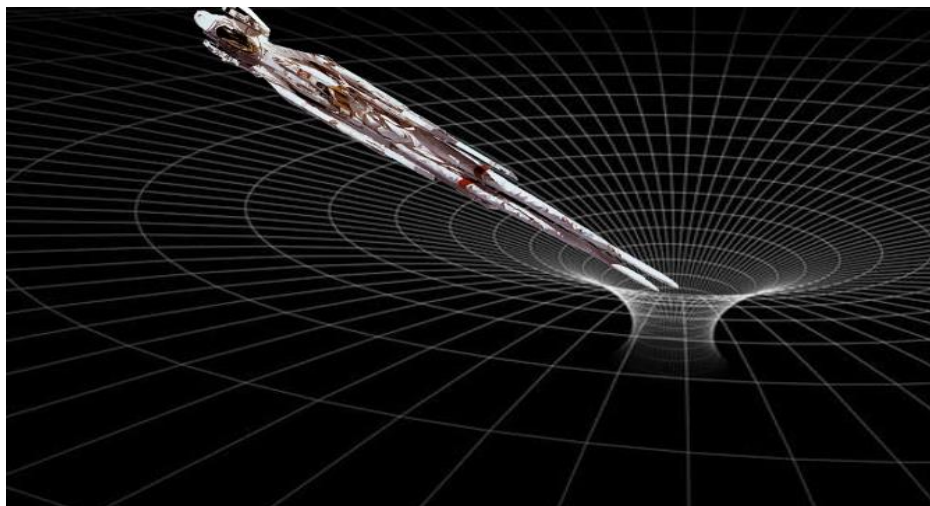
Όπως βλέπουμε η πυκνότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της μάζας. Για τον ήλιο – μαύρη τρύπα ναι η πυκνότητα είναι τεράστια όμως οι υπερμεγέθεις μαύρες τρύπες έχουν συνηθισμένες πυκνότητες. Πχ η μαύρη τρύπα στο κέντρο του γαλαξία μας μάζας 4.000.000 μάζες ήλιου έχει πυκνότητα  $\rho = (3 \times 10^{30} \text{ kg}) : (32\pi \times 6,67^3 \times 10^{-33} \times 16 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{60}) = 1.145.490 \text{ kg/m}^3$  ή  $1145,5 \text{ g/cm}^3$ . Υπάρχουν μαύρες τρύπες πολλών δισεκατομμυρίων μαζών ήλιου με πολύ μικρότερες πυκνότητες.

**3.** Πολύ ενδιαφέρον έχει να θεωρήσουμε ότι βρισκόμαστε στον ορίζοντα γεγονότων μιας μαύρης τρύπας και η ταχύτητα διαφυγής είναι  $c - 1 \text{ m/s}$ , δηλαδή το φως μόλις που δραπετεύει με ταχύτητα  $1 \text{ m/s}$ . Ένας φίλος μας παρακολουθεί με τηλεσκόπιο από απόσταση  $d = 1 \text{ ε.φ} = 10 \text{ τρις km}$ . Πέφτουμε στη μαύρη τρύπα και η τελευταία ακτίνα φωτός από εμάς θα φτάσει στο φίλο μας σε  $t = d/v = 317.000.000$  χρόνια. Δηλαδή έχουμε εξαφανιστεί και ο φίλος μας εξακολουθεί να μας βλέπει για ... 317.000.000 χρόνια ακόμα.

**4.** Στη γη θα έχουν πεθάνει παιδιά, εγγόνια και δισέγγονα ενώ εμείς ακμαίοι θα περιδιαβαίνουμε τον ορίζοντα γεγονότων.

**5.** Η μοναδικότητα στις περιστρεφόμενες μαύρες τρύπες όπως είπαμε είναι ένα μικρό δαχτυλίδι. Το εσωτερικό του δαχτυλιδιού είναι μία κανονική περιοχή του χωρόχρονου, κάτι που πυροδότησε σενάρια για διαγαλαξιακά και διασυμπαντικά ταξίδια μέσα από τη μοναδικότητα – σκουλικότρυπα.

## 6. Σπαγγετοποίηση (Spaghettification)



Οι παλιρροϊκές δυνάμεις που μας τεντώνουν από το κεφάλι και τα πόδια είναι  $F = 2GM/R/r^3$ ,  $R = 1 \text{ m}$  η ακτίνα μας  $r = \text{ακτίνα Schwarzschild} = 2GM/c^2$

$$\text{Άρα } F = \frac{Rc^6}{4G^2M^2}$$

Για υπερμεγέθεις μαύρες τρύπες οι παλιρροϊκές δυνάμεις είναι πολύ μικρές στον ορίζοντα γεγονότων, για μικρές όμως πχ 10 μάζες ήλιου  $F = 10.000.000 \text{ N}$  ικανές να μας “σπαγγετοποιήσουν” και εν τέλει να μας συντρίψουν.

## Ασκήσεις

### 3.105

Πριν το βαρυτικό πεδίο έπρεπε να διδαχτεί η ροπή δύναμης, η στροφορμή υλικού σημείου, η γενίκευση του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα  $\Sigma \tau = \Delta L / \Delta t$  και η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

Το βαρυτικό πεδίο(κεντρικό) είναι συντηρητικό άρα διατηρείται η μηχανική ενέργεια και  $\Sigma \tau = 0$  άρα διατηρείται και η στροφορμή.

Έτσι το πρόβλημα έχει ένα στοιχείο πλεονάζον. Με μόνα τα  $u_1, r_1$  προκύπτουν τα  $u_2, r_2$  με αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας και στροφορμής. Είναι και λάθος το δεδομένο.

### 3.107

Εδώ υπάρχει ένα σοβαρό αλλά συνηθισμένο λάθος. Δεν επηρεάζει τη λύση αλλά δημιουργεί λάθος εντυπώσεις.

Όταν η απαραίτητη ενέργεια διαφυγής δίνεται σταδιακά, το σώμα δε θα αποκτήσει ποτέ ταχύτητα διαφυγής. Δηλαδή στην πράξη η ταχύτητα διαφυγής μας δίνει ένα μέτρο της ενέργειας που πρέπει να δαπανήσουμε για να βγει οριακά το σώμα από το βαρυτικό πεδίο της γης.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα σε  $h = 3,2 \times 10^6$  m το σώμα θα έχει πάρει την κατάλληλη ενέργεια διαφυγής αλλά δε θα έχει  $u_s$  όπως βρίσκουμε άλλωστε με ΘΜΚΕ.