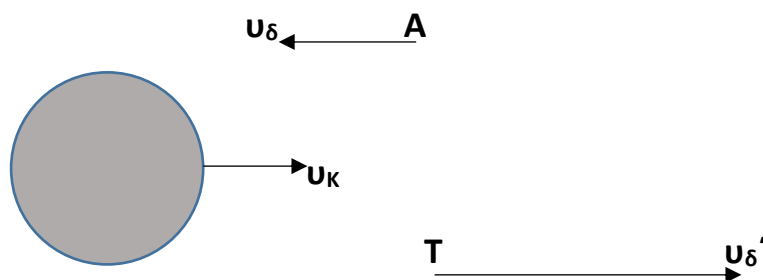


## GRAVITY ASSIST στον Κρόνο



Μερικές χρήσιμες πληροφορίες για την βαρυτική υποβοήθηση που όμως δεν επηρεάζουν τη λύση του προβλήματος. Το πρόβλημα τίθεται για να κατανοήσουμε την λειτουργία της βαρυτικής υποβοήθησης και δεν πρόκειται για πραγματικές συνθήκες.

**1.** Μέχρι τη θέση A το διαστημόπλοιο κινείται σε ηλιοκεντρική τροχιά και μπαίνει στη **ΣΦΑΙΡΑ ΕΠΙΡΡΟΗΣ** του Κρόνου και στη θέση T βγαίνει από τη σφαίρα επιρροής του Κρόνου και ξαναμπαίνει σε ηλιοκεντρική τροχιά. Η σφαίρα επιρροής του βαρυτικού πεδίου του Κρόνου στη διαστημική είναι 54.500.000 km.

**2.** Ένα διαστημόπλοιο που κινείται από τη γη προς τον Κρόνο προφανώς είναι αδύνατον να προσεγγίσει τον πλανήτη με ταχύτητα παράλληλη στην τροχιακή ταχύτητα του πλανήτη χωρίς κατανάλωση καυσίμου. Απλά σε κάθε άλλη περίπτωση η ΑΔΟ εφαρμόζεται με σύνθεση διανυσμάτων.

**3.** Καθώς το διαστημόπλοιο πλησιάζει τον πλανήτη η ταχύτητά του αυξάνεται και μετά την ημικυκλική τροχιά γύρω από τον πλανήτη μειώνεται, έτσι ώστε **ως προς τον πλανήτη** η ταχύτητα του διαστημοπλοίου μετά την έξοδό του από τη σφαίρα επιρροής του να είναι ίδια ( $u_\delta$ ). **Ως προς τον ήλιο** όμως υπάρχει και η ταχύτητα του πλανήτη, ώστε η ταχύτητα του διαστημόπλοιο να είναι μεγαλύτερη ( $u_\delta'$ ).

$$\text{ΑΔΟ ως προς τον ήλιο με θετική φορά της } u_K : -mu_\delta + Mu_K = mu_\delta' + Mu_K' \quad (1) \Rightarrow -m(u_\delta + u_\delta') = M(u_K' - u_K) \quad (2)$$

$$\text{ΑΔΜΕ: } m(u_\delta + u_\delta')(u_\delta - u_\delta') = M(u_K' - u_K)(u_K' + u_K) \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow -u_\delta + u_\delta' = u_K' + u_K \quad (4)$$

$$(1) \Rightarrow -(m/M)u_\delta + u_K = (m/M)u_\delta' + u_K' \Rightarrow u_K' = u_K \quad (5) \text{ καθόσον } (m/M) \Rightarrow 0$$

$$(4), (5) \Rightarrow \quad \mathbf{u_\delta' = u_\delta + 2u_K = 30,1 \text{ km/s}} \text{ από } 10,9 \text{ km/s}$$

$$\Delta P\% = ((mu_\delta' - mu_\delta)/mu_\delta) \cdot 100\% = \mathbf{176\% \text{ περίπου}}$$

Η αύξηση της ορμής του διαστημόπλοιου προέρχεται από μείωση της τροχιακής ορμής του πλανήτη, η οποία για τον πλανήτη με  $M \gg m$  είναι απειροελάχιστη.

### NOMOI TOY KEPLER

Γ<sub>1</sub>) Σε πεδία κεντρικών δυνάμεων η στροφορμή και η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή:

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = \text{σταθερή}$ . Όσο μεγαλύτερο είναι το  $r$  τόσο μεγαλύτερη είναι η δυναμική ενέργεια και μικρότερη η κινητική άρα και η ταχύτητα.

Μέγιστη ταχύτητα στο  $d_{\min}$  (περιήλιο), ελάχιστη στο  $d_{\max}$  (αφήλιο).

Η μέγιστη και η ελάχιστη ταχύτητα προκύπτει και από την διατήρηση της στροφορμής. Αν  $u_{\Pi}$ ,  $u_A$  οι ταχύτητες στο περιήλιο και στο αφήλιο αντίστοιχα τότε:  $L_{\Pi} = L_A \Rightarrow mu_{\Pi}d_{\min} = mu_A d_{\max} \Rightarrow u_{\Pi}/u_A = d_{\max}/d_{\min}$

Ακόμα η μέγιστη και η ελάχιστη ταχύτητα προκύπτει και από τον 2<sup>ο</sup> νόμο (η επιβατική ακτίνα του πλανήτη γράφει ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους) που όμως είναι απόρροια της αρχής διατήρησης της στροφορμής.

Γ.2.1` Από κεντρομόλος = βαρυτική και  $u = 2\pi r/T \Rightarrow \alpha^3/T^2 = GM/4\pi^2 = \text{σταθ}$ .

Γ.2.2 Ναι

Γ.3.1 Για το Κ.Μ  $M_1 r_1 = M_2 r_2$  και  $r_1 + r_2 = r$  η απόσταση των δύο άστρων

Γ.3.2 Από τις εξισώσεις του Γ.3.1 έχω:  $r_1 = \frac{M_2}{M_1+M_2} r$ ,  $r_2 = \frac{M_1}{M_1+M_2} r$

$F = F_{\text{κεν}} \Rightarrow G \frac{M_1 M_2}{r^2} = M_1 \frac{v_1^2}{r_1} \Rightarrow G \frac{M_2}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} r_1 \Rightarrow G \frac{M_2}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{M_2}{M_1+M_2} r \Rightarrow$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2}$$

Γ.3.3 Στο ηλιακό σύστημα Αν  $M_1 = M$  ο ήλιος και  $M_2$  ο πλανήτης, τότε  $M \gg M_2$

οπότε  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$