|  |
| --- |
| **ΔΥΣΚΟΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΤΕΡΕΟΥ** |

Λεπτή ομογενής ράβδος ακουμπά με το άκρο της στο λείο κατακόρυφο τοίχωμα και με το άλλο της άκρο στο λείο οριζόντιο έδαφος. Τη στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο να κινηθεί.

**α)** Να βρείτε τη θέση του σημείου στην οποία διέρχεται κάθετα στο επίπεδο του σχήματος ο στιγμιαίος άξονας περιστροφής του στερεού κάποια στιγμή που η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο δάπεδο είναι .

**β)** Να γράψετε τη σχέση που μας παρέχει το μέτρο της ταχύτητας τουΚ.Μ. της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία που αυτή σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο για όσο χρόνο αυτή βρίσκεται σε επαφή με το τοίχο.

**γ)** Να βρείτε

 **i)** το μεταφορικό έργο των κάθετων αντιδράσεων από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερη τη ράβδο μέχρι τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία με την οριζόντια διεύθυνση.

 **ii)** το έργο της ροπής ως προς το Κ.Μ. της ράβδου των κάθετων αντιδράσεων για το προηγούμενο διάστημα.

 **iii)** το συνολικό έργο των κάθετων αντιδράσεων.

**δ)** Να αποδείξετε ότι η ράβδος χάνει την επαφή της με τον κατακόρυφο τοίχο όταν η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο έδαφος είναι .

**ε)** Να βρεθεί η ταχύτητα του Κ.Μ. της ράβδου όταν αυτή φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο. Δίνεται η αρχική γωνία τέτοια ώστε

.

**ΛΥΣΗ**

**α)**

Το ζητούμενο σημείο θα πρέπει να βρίσκεται στην τομή των κάθετων ευθειών οι οποίες διέρχονται από τα άκρα της ράβδου κάθετα στο οριζόντιο δάπεδο στον κατακόρυφο τοίχο. Οι συντεταγμένες του θα είναι .

**β)** Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. θεωρώντας το στιγμιαίο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Όταν αρχικά η ράβδος σχηματίζει γωνία με το οριζόντιο δάπεδο η δυναμική της ενέργεια είναι και στην τυχαία θέση που η γωνία είναι .

Η κινητική της ενέργεια αρχικά είναι μηδέν και στην τυχαία θέση

Από Α.Δ.Μ.Ε. έχουμε:

Ο όρος εκφράζει περιστροφική κινητική ενέργεια ως προς άξονα διερχόμενο του Κ.Μ. της ράβδου και κάθετα στο επίπεδο του σχήματος.

Ο όρος εκφράζει τη μεταφορική κινητική ενέργεια του Κ.Μ. Άρα

 Άρα

**γ)** Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για τη μεταφορική κίνηση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για τη στροφική κίνηση ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Κ.Μ. της ράβδου

 Προφανώς

 Αυτό προκύπτει από το ότι οι φορείς των είναι διαρκώς κάθετοι στις μετατοπίσεις των σημείων εφαρμογής τους.

**δ)** Ο β νόμος του Νεύτωνα κατά την οριζόντια διεύθυνση (άξονας x) δίνει όμως παραγωγίζονται παίρνουμε:

 Όμως

 Άρα

 Θέτοντας

**ε)** Για η ράβδος χάνει επαφή με το κατακόρυφο τοίχωμα για

Η μηχανική ενέργεια της ράβδου τότε είναι

 Όμως για

 Και

 Άρα

 Για το άκρο δεν βρίσκεται σε επαφή με το κατακόρυφο τοίχο. Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος ασκούνται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση. Άρα το Κ.Μ. της στον άξονα εκτελεί Ε.Ο.Κ. με

 το σημείο κινείται οριζόντια άρα συνεχώς

 όμως

 Άρα πρέπει

 Όταν η ράβδος φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο Άρα τότε

 Η ΑΔΜΕ θα δώσει τότε

 Άρα τη στιγμή που φτάνει στο δάπεδο