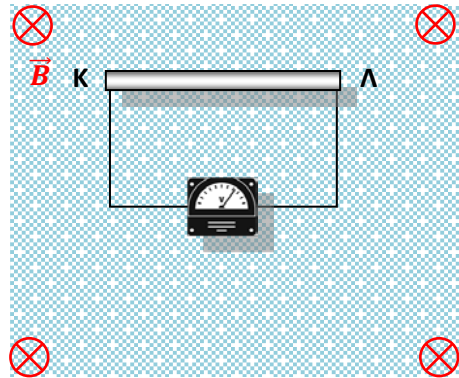


### ΘΕΜΑ Δ

Αγώγιμη ράβδος ΚΛ μήκους  $L=2\text{m}$ , μάζας  $m=100\text{g}$  και αντίστασης  $r=1\Omega$  βρίσκεται εντός οριζοντίου ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ , έντασης  $B=0,5\text{T}$ . Στα άκρα ΚΛ στερεώσουμε ακλόνητα βολτόμετρο με άκαμπτα σύρματα όπως φαίνεται στο σχήμα

**Δ1.** ποια θα είναι η ένδειξή του αν ο αγωγός κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα  $u_0=10\text{m/s}$ ;

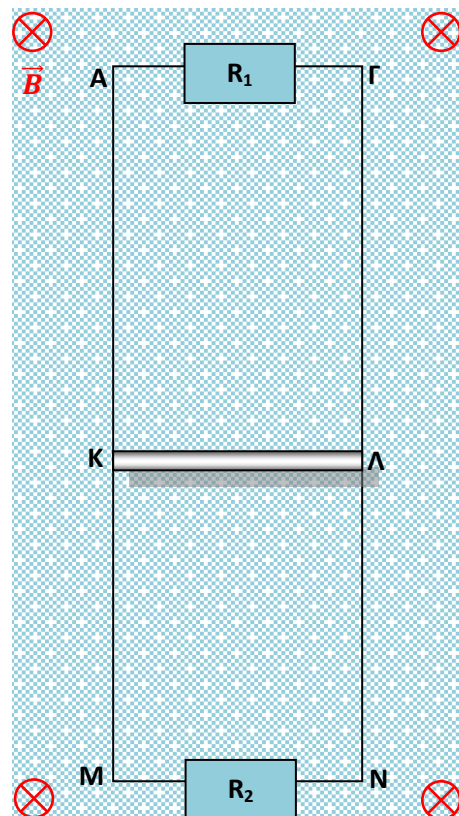


*Υπόδειξη :* το βολτόμετρο έχει ωμική αντίσταση μεγάλης τιμής επομένως παρέχει ένδειξη μόνο όταν διαρρέεται από ρεύμα.

Τοποθετούμε τη ράβδο ΚΛ ώστε να μπορεί να κινείται μεταφορικά με τα άκρα της να γλιστρούν χωρίς τριβές σε κατακόρυφες αγώγιμες ραγές αμελητέας αντίστασης ΑΜ και ΓΝ. Τα άκρα Α,Γ και Μ,Ν συνδέονται με αντιστάτες  $R_1=4\Omega$  και  $R_2=12\Omega$  αντιστοίχως. Η διάταξη βρίσκεται εντός οριζοντίου ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ , έντασης  $B=0,5\text{T}$ , τα όρια του οποίου φαίνονται στο σχήμα. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Ο αγωγός ΚΛ βάλλεται κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα μέτρου  $u_0=10\text{m/s}$ .

**Δ2.** Να περιγράψετε την κίνηση του αγωγού και να υπολογίσετε την οριακή του ταχύτητα.

**Δ3.** Αν η ανωτάτη θέση του αγωγού απέχει υψομετρικά  $H=2\text{m}$  από το σημείο εκτόξευσης να υπολογίσετε τη θερμότητα που απελευθέρωσε ο αγωγός ΚΛ και κάθε αντιστάτης, καθώς και το φορτίο που διήλθε από κάθε αντιστάτη.

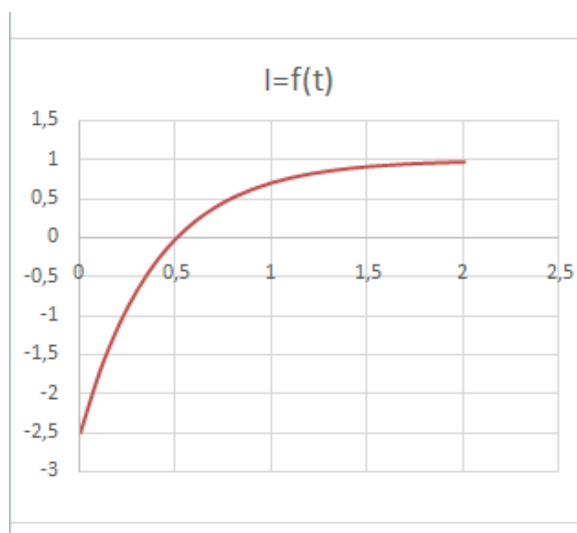
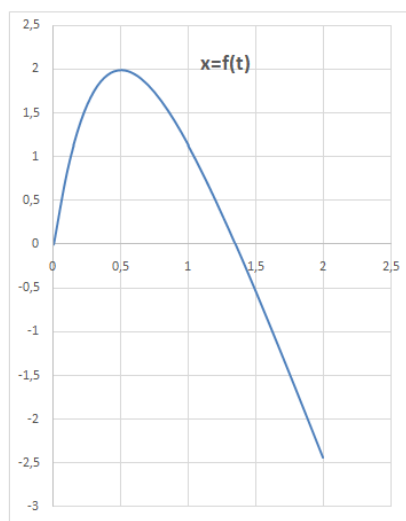
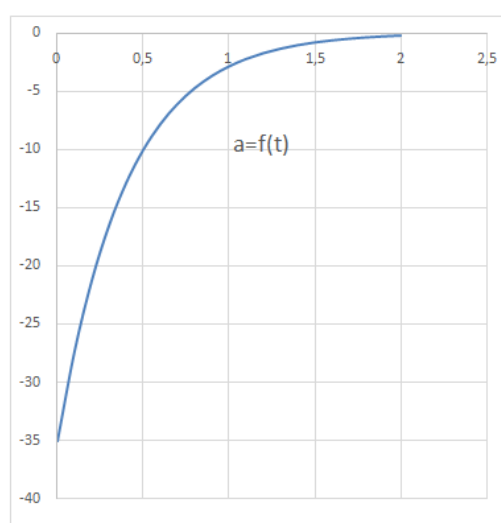
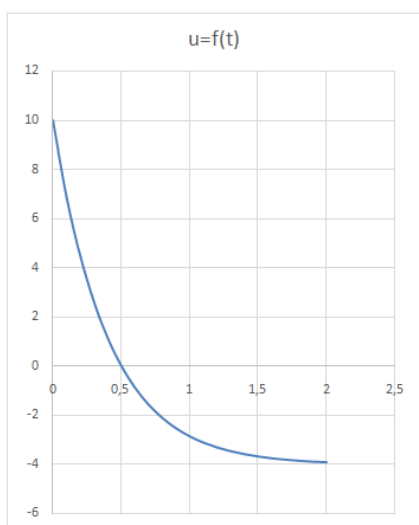


**Δ4.** Να περιγράψετε τους ενεργειακούς μετασχηματισμούς που λαμβάνουν χώρα κατά την ανοδική κίνηση του αγωγού και να υπολογίσετε τους αντίστοιχους ρυθμούς μεταβολής όταν η ταχύτητα του αγωγού έχει μετρό  $u_1=3\text{m/s}$ . Να επαληθεύσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας με τους παραπάνω υπολογισμούς.

## Συνοπτικές Λύσεις

**Δ1.** Στον βρόχο που σχηματίζεται από τον ΚΛ και το βολτόμετρο δεν υπάρχει μεταβολή μαγνητικής ροής άρα ούτε επαγόμενο ρεύμα **επομένως η ένδειξη του είναι μηδέν!**

**Δ2.** Η επαγόμενη δύναμη Laplace είναι ανάλογη κατά μέτρο με την ταχύτητα και αντίθετης φοράς σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz. Έτσι ο αγωγός αρχικά θα επιβραδυνθεί με μειούμενη επιβράδυνση μέχρι την ανωτάτη θέση όπου η δύναμη Laplace θα μηδενιστεί στιγμιαία. Στη συνέχεια θα επιταχυνθεί καθοδικά με μειούμενη επιτάχυνση και η ταχύτητα θα τείνει στην οριακή της τιμή μέχρι η κίνηση να προσεγγίζεται πρακτικά ως ευθύγραμμη ομαλή.



Για την οριακή ταχύτητα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow$$

$$mg = F_L \Rightarrow$$

$$mg = B \frac{BuL}{R_{0\Lambda}} L \Rightarrow$$

$$u = \frac{mgR_{0\Lambda}}{(BL)^2} \Rightarrow$$

$$u = 4 \text{ m/s}$$

Δ3. Από την αρχή διατήρησης ενέργειας για το σύστημα αγωγός- αντιστάτες έχουμε:

$$E_{APX} + E_{ΠΡΟΣΦ} = E_{TEΛ} + E_{ΑΠΩΛ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} mu^2 + 0 = mgH + Q \Rightarrow$$

$$Q = 3 \text{ J}$$

Από την επίλυση του κυκλώματος έχουμε:

$$\frac{i_2}{i_{0\Lambda}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P_1}{P_{0\Lambda}} = \left( \frac{i_1}{i_{0\Lambda}} \right)^2 \frac{R_1}{R_{0\Lambda}} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_{0\Lambda}} = \frac{12}{64} \Rightarrow Q_1 = \frac{36}{64} \text{ J}$$

Ομοίως:

$$\frac{i_1}{i_{0\Lambda}} = \frac{3}{4} \Rightarrow Q_2 = \frac{108}{64} \text{ J}$$

$$\frac{i_{K\Lambda}}{i_{0\Lambda}} = 1 \Rightarrow Q_{K\Lambda} = \frac{48}{64} \text{ J}$$

Συγχωνεύουμε τους  $R_1$  και  $R_2$  ώστε να έχουμε έναν βρόχο. Από τον νόμο του Newmann έχουμε:

$$|\Delta q| = \frac{|\Delta \Phi|}{R_{0\Lambda}} = \frac{BLH}{R_{0\Lambda}} = 0,5C$$

Από την επίλυση του κυκλώματος έχουμε:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{1}$$

$$\Delta q_1 = \frac{3}{8} C$$

$$\Delta q_2 = \frac{1}{8} C$$

**Δ4.** Η κινητική ενέργεια μειώνεται μέσω του έργου της συνισταμένης με ρυθμό

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F u = -5,25W$$

και μετασχηματίζεται κατά ένα μέρος σε δυναμική ενέργεια βαρύτητας μέσω του έργου του βάρους

$$\frac{dU}{dt} = - \frac{dW_{\text{ΒΑΡΟΥΣ}}}{dt} = mgu = 3W$$

ενώ κατά το υπόλοιπο μετατρέπεται σε θερμότητα Joule

$$\frac{dQ}{dt} = I^2 R_{\Omega\Lambda} = 2,25W$$

μέσω του έργου της δύναμης Laplace

$$\left| \frac{dW_{F_L}}{dt} \right| = |F_L u| = 2,25W$$

Πράγματι οι παραπάνω υπολογισμοί επαληθεύουν την αρχή διατήρησης ενέργειας για το σύστημα αγωγός- αντιστάτες:

$$E_{APX} + E_{\text{ΠΡΟΣΦ}} = E_{TE\Lambda} + E_{\text{ΑΠΩΛ}} \Rightarrow$$

$$U_{APX} + K_{APX} + 0 = U_{TE\Lambda} + K_{TE\Lambda} + E_{\text{ΑΠΩΛ}} \Rightarrow$$

$$\Delta K + \Delta U + E_{\text{ΑΠΩΛ}} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} + \frac{dE_{\text{ΑΠΩΛ}}}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$-5,25W + 3W + 2,25W = 0$$

*Μυσίρης*