

Λύση:

Δ1. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κυκλική κίνηση του σφαιριδίου m_1 , οπότε έχουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow m_1 g L = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Leftrightarrow |v_1| = \sqrt{2gL} \stackrel{v_1 > 0}{\Leftrightarrow} v_1 = \sqrt{2gL} \Leftrightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

Μετά την κρούση το σφαιρίδιο φτάνει σε ύψος h , που το νήμα σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το (Ο) όπου:

$$\text{συν}\varphi = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{L-h}{L} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow h = \frac{L}{4} \Leftrightarrow h = 5 \text{ m}$$

Για την κυκλική κίνηση του m_1 μετά την κρούση από το Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow -m_1 g L = 0 - \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 \Leftrightarrow |v_1'| = \sqrt{2gh} \stackrel{v_1' < 0}{\Leftrightarrow} v_1' = -10 \text{ m/s}$$

Από τον τύπο:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}}$$

Επίσης αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \Leftrightarrow \boxed{v_2' = 10 \text{ m/s}}$$

Δ2. Για την σφαίρα κατά τη διάρκεια της ολίσθησης

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_2 = T_{o\lambda} \Leftrightarrow T_2 = \mu M g \Leftrightarrow \boxed{T_2 = 1,8 \text{ N}}$$

Επίσης από το Θ.Ν.Σ.Κ. για την σφαίρα

$$\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \Leftrightarrow T_{o\lambda} R = \frac{2}{5} M R^2 \alpha_\gamma \Leftrightarrow \mu M g R = \frac{2}{5} M R^2 \alpha_\gamma \Leftrightarrow \alpha_\gamma = \frac{5 \mu g}{2 R} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\alpha_\gamma = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}^2}$$

Δ3. Α' τρόπος:

Στο χρονικό διάστημα Δt της ολίσθησης για το σύστημα-σφαίρα

$$\begin{aligned} \Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0 &\Leftrightarrow L_{\text{συσσ(αρχ)}} = L_{\text{συσσ(τελ)}} \Leftrightarrow m_2 v_2' R = m_2 v R + I \omega \Leftrightarrow \\ m_2 v_2' R &= m_2 v R + \frac{2}{5} M R^2 \omega \stackrel{v = \omega R}{\Leftrightarrow} m_2 v_2' = \left(m_2 + \frac{2}{5} M \right) v \Leftrightarrow v = \frac{m_2}{m_2 + \frac{2}{5} M} v_2' \\ &\Leftrightarrow \boxed{v = 6 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

επίσης

$$v = \omega R \Leftrightarrow \omega = \frac{v}{R} \Leftrightarrow \boxed{\omega = 2\pi \text{ rad/s}}$$

Β' τρόπος

Όταν ολοκληρωθεί η ολίσθηση στο σημείο επαφής ράβδου-σφαίρας η ταχύτητες θα εξισωθούν. Άρα

$$v = \omega R \Leftrightarrow v'_2 - |\alpha_2| \Delta t = |\alpha_\gamma| R \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{v'_2}{|\alpha_2| + |\alpha_\gamma| R}$$

$$m_2: \Sigma F_2 = m_2 |\alpha_2| \Leftrightarrow T_{ολ} = m_2 |\alpha_2| \Leftrightarrow |\alpha_2| = 1 \text{ m/s}^2$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει: $\Delta t = 4 \text{ s}$

Άρα:

$$v = v'_2 - |\alpha_2| \Delta t \Leftrightarrow \boxed{v = 6 \text{ m/s}}$$

$$\omega = |\alpha_\gamma| \Delta t \Leftrightarrow \boxed{\omega = 2\pi \text{ rad/s}}$$

$$\Delta 4. \quad \Delta N = \frac{\Delta \theta}{2\pi} \Leftrightarrow \Delta N = \frac{\frac{1}{2} \alpha_\gamma \Delta t^2}{2\pi} \Leftrightarrow \boxed{\Delta N = 2 \text{ περιστροφές.}}$$

$$\Delta 5. \quad \Pi\% = \frac{|\Delta K|}{K'_2} 100\% = \frac{K'_2 - (K_2 + K_{σφ})}{K'_2} 100\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2}{\frac{1}{2} m_2 v'^2_2} \right) 100\% \Leftrightarrow$$
$$\boxed{\Pi\% = 40\%}$$