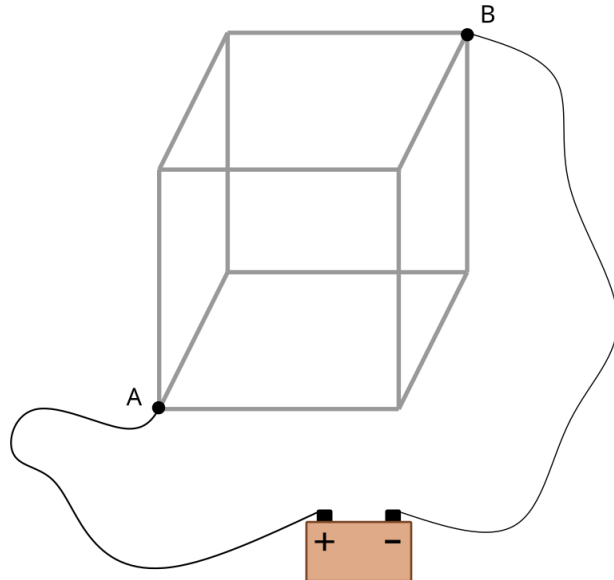


Η μαγνητική επαγωγή στο κέντρο του κύβου

Διαθέτουμε ένα ομογενές και ισοπαχές σύρμα το οποίο έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους R^* και μήκος L . Με το σύρμα αυτό κατασκευάζουμε έναν κύβο. Συνδέουμε τις κορυφές A και B (άκρα μίας εσωτερικής διαγωνίου) του κύβου με τους πόλους μίας ηλεκτρικής πηγής με ηλεκτρεγερτική δύναμη E και εσωτερική αντίσταση r , όπως στο σχήμα.

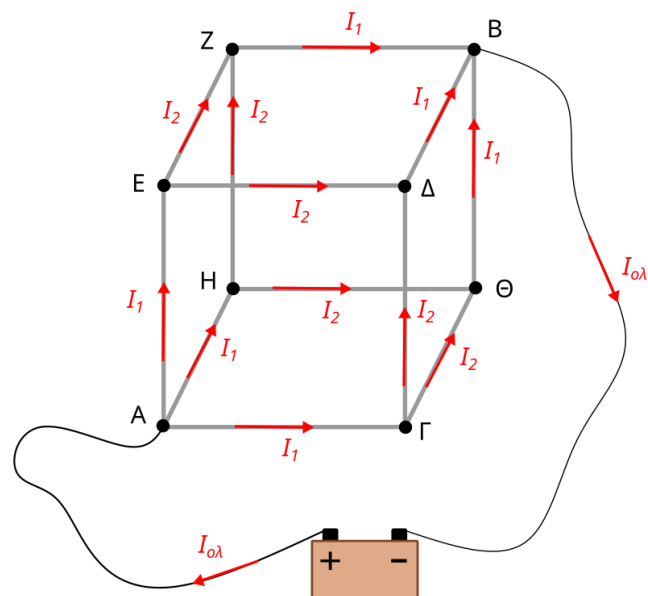


- A.** Εάν τα καλώδια σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση, να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την πηγή.
- B.** Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύβου (σημείο τομής των εσωτερικών διαγωνίων του).

Λύση

Ο κύβος που κατασκευάσαμε έχει 12 ακμές μήκους $a = \frac{L}{12}$ η κάθε μία. Επίσης, επειδή το σύρμα είναι ομογενές και ισοπαχές, όλες οι ακμές του κύβου θα έχουν την ίδια αντίσταση ίση με $R = aR^* = \frac{LR^*}{12}$.

A. Για να υπολογίσουμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την πηγή, θα χρειαστεί αρχικά να προσδιορίσουμε την ισοδύναμη αντίσταση του κυβικού σύρματος του κυκλώματος. Αρχικά, θα σημειώσουμε τους κόμβους του κυκλώματος και τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν κάθε κλάδο (ακμή κύβου).



Λόγω της συμμετρίας του κυκλώματος (συνδεσμολογίας), προκύπτει ότι

$$I_{AG} = I_{AH} = I_{AE} = I_1$$

και σύμφωνα με τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff, θα είναι:

$$I_{ολ} = I_{AG} + I_{AH} + I_{AE} \Rightarrow I_{ολ} = 3I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{I_{ολ}}{3}$$

Ομοίως,

$$I_{ZB} = I_{\Delta B} = I_{\Theta B} = \frac{I_{ολ}}{3} = I_1$$

Επίσης, με το ίδιο επιχείρημα της συμμετρίας (ισότητα αντιστάτων) και του 1^{ου} κανόνα του Kirchhoff, έχουμε ότι

$$I_{EZ} = I_{HZ} = I_{H\Theta} = I_{\Gamma\Theta} = I_{E\Delta} = I_{\Gamma\Delta} = \frac{I_1}{2} = I_2 = \frac{I_{ολ}}{6}$$

Με εφαρμογή του νόμου Ohm στους κλάδους AG, AH και AE, προκύπτει ότι

$$I_1 R = V_{AG} = V_{AH} = V_{AE}$$

Έτσι, αντιλαμβανόμαστε ότι τα σημεία (κόμβοι) Γ, Η και Ε έχουν ίσα δυναμικά. Δηλαδή, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι οι αντίστοιχοι αντιστάτες $R_{AG} = R_{AH} = R_{AE} = R$ είναι συνδεδεμένοι παράλληλα.

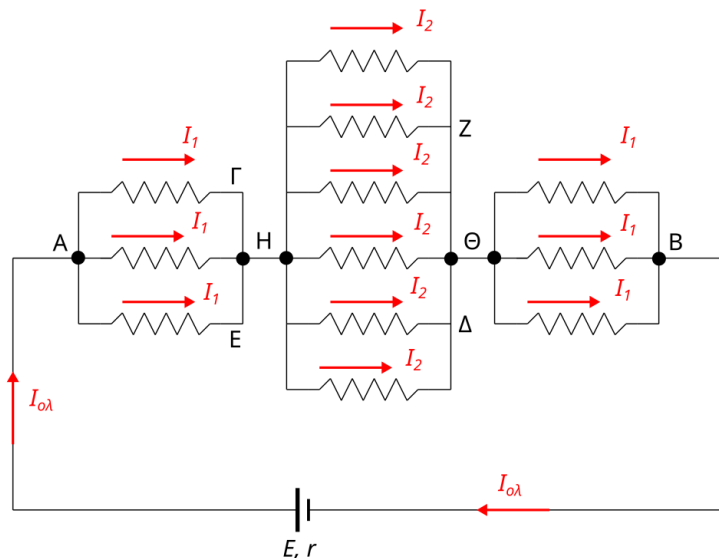
Ομοίως, με εφαρμογή του νόμου Ohm στους κλάδους ZB, ΔB και ΘB, προκύπτει ότι

$$I_1 R = V_{ZB} = V_{\Delta B} = V_{\Theta B}$$

Έτσι, αντιλαμβανόμαστε ότι τα σημεία (κόμβοι) Z, Δ και Θ έχουν ίσα δυναμικά. Δηλαδή, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ότι οι αντίστοιχοι αντιστάτες $R_{ZB} = R_{\Delta B} = R_{\Theta B} = R$ είναι συνδεδεμένοι παράλληλα.

Τέλος, οι αντιστάτες $R_{EZ} = R_{HZ} = R_{H\Theta} = R_{\Gamma\Theta} = R_{E\Delta} = R_{\Gamma\Delta} = R$ μπορούν να θεωρηθούν επίσης συνδεδεμένοι παράλληλα μεταξύ τους, καθώς σύμφωνα με τα παραπάνω τα αντίστοιχα άκρα τους έχουν ίσα δυναμικά (άρα και ίδια διαφορά δυναμικού).

Οι προηγούμενες επιμέρους συνδεσμολογίες, μπορούν να θεωρηθούν σε σειρά συνδεδεμένες μεταξύ τους. Επομένως, το αρχικό τρισδιάστατο κύκλωμα μπορεί να αναπαρασταθεί με το διπλανό ισοδύναμο του σε δύο διαστάσεις (όλοι οι αντιστάτες έχουν αντίσταση R).



Οπότε, για την ισοδύναμη αντίσταση του κυβικού σύρματος στο κύκλωμα θα ισχύει

$$R_{\text{κυβ}} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (1)$$

Όπου

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_1} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{R}{3}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_2} = \frac{6}{R} \Rightarrow R_2 = \frac{R}{6}$$

και

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_3} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_3 = \frac{R}{3}$$

Έτσι, η (1) γίνεται

$$R_{\text{κυβ}} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} \Rightarrow R_{\text{κυβ}} = \frac{5R}{6}$$

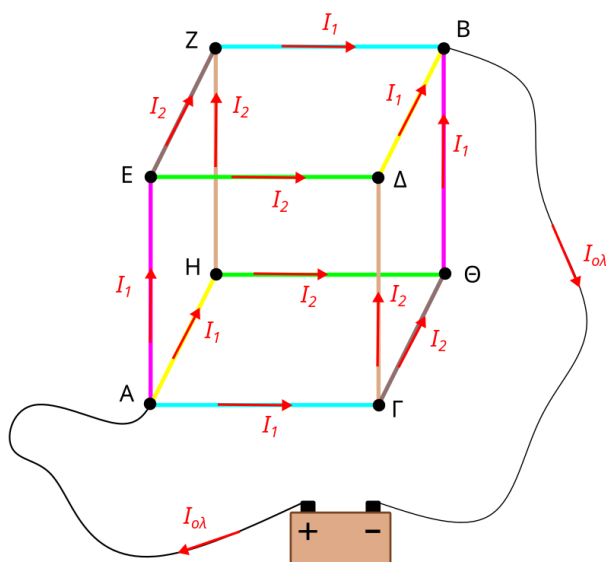
Επομένως, με εφαρμογή του νόμου Ohm για το κλειστό κύκλωμα έχουμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει την πηγή ισούται με:

$$I_{\text{ολ}} = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = \frac{E}{R_{\text{κυβ}} + r} = \frac{E}{\frac{5R}{6} + r} = \frac{E}{\frac{5}{6} \cdot \frac{LR^*}{12} + r} \Rightarrow I_{\text{ολ}} = \frac{72E}{5LR^* + 72r}$$

Β. Σύμφωνα και με το παρακάτω σχήμα στο οποίο έχουν χρωματιστεί κατάλληλα οι ακμές του κύβου, μπορούμε για κάθε του ακμή να βρούμε μία άλλη (στην απέναντι διαγώνια έδρα) η οποία θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ίδιας έντασης και φοράς.

Τα ρεύματα αυτά, δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του κύβου με ένταση ίσου μέτρου, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

Έτσι, ανά δύο, οι επιμέρους εντάσεις μαγνητικού πεδίου είναι αντίθετες, με αποτέλεσμα η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύβου αυτού να ισούται με μηδέν.



Μίλτος Καδιτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com