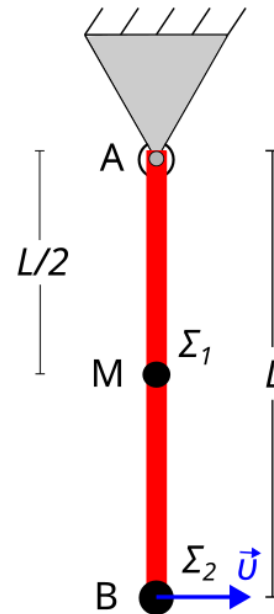


## Η ελάχιστη ταχύτητα του άκρου της ράβδου

Η ράβδος AB του σχήματος είναι αβαρής, έχει μήκος  $L$  και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A. Στο μέσο M της ράβδου έχουμε στερεώσει ένα σώμα  $\Sigma_1$  αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $m_1 = m$ , ενώ στο άλλο άκρο της B έχουμε στερεώσει ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας  $m_2 = 2m$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί ακίνητο.



Η οριζόντια ταχύτητα  $\vec{v}$  που πρέπει να προσδώσουμε στο σώμα  $\Sigma_2$  έτσι ώστε η ράβδος μόλις που να γίνεται οριζόντια κατά την περιστροφή της, έχει μέτρο που ισούται με:

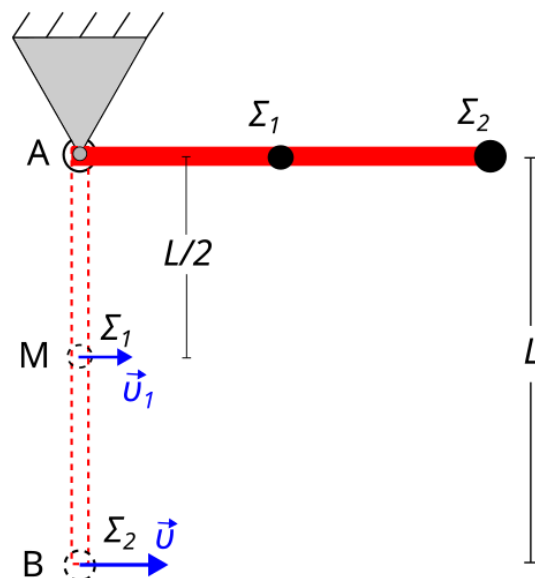
$$\alpha. v = \sqrt{\frac{5gL}{3}} \quad \beta. v = \sqrt{\frac{5gL}{2}} \quad \gamma. v = \frac{2\sqrt{5gL}}{3}$$

- i) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
- ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

### Λύση

i) Σωστή απάντηση είναι η  $\gamma$ .

ii) Επειδή το σύστημα περιστρέφεται ενιαία σε αυτό το κατακόρυφο επίπεδο, συμπεραίνουμε ότι αρχική οριζόντια ταχύτητα δεν θα έχει μόνο το σώμα  $\Sigma_2$ , αλλά και το σώμα  $\Sigma_1$ . Συγκεκριμένα, τα δύο σώματα θα εκτελέσουν μία μη ομαλή κυκλική κίνηση με διαφορετικές ακτίνες, έχοντας όμως κάθε στιγμή την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του  $\Sigma_1$  θα ισούται με  $R_1 = \frac{L}{2}$ , ενώ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του  $\Sigma_2$  είναι ίση με  $R_2 = L$ .



Επομένως, αν  $\omega_0$  το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας της ράβδου, για τις αρχικές οριζόντιες ταχύτητες των δύο σωμάτων θα ισχύει ότι:

# Υλικό Φυσικής – Χημείας

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

$$v_1 = \omega_0 \frac{L}{2} \quad \text{και} \quad v_2 = v = \omega_0 L$$

Από τις παραπάνω σχέσεις αντιλαμβανόμαστε ότι  $v_1 = \frac{v}{2}$ .

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας για το σύστημα κατά την περιστροφή του από την αρχική κατακόρυφη θέση μέχρι και την οριζόντια (στην οποία φθάνει οριακά, δηλαδή  $\omega_{\tau\epsilon\lambda} = 0$ ), έχουμε (θεωρώντας επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο που διέρχεται από το Β):

$$\begin{aligned} K_{1,\alpha\rho\chi} + K_{2,\alpha\rho\chi} + U_{1,\alpha\rho\chi} &= U_{1,\tau\epsilon\lambda} + U_{2,\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mv^2 + mg \frac{L}{2} &= mgL + 2mgL \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{4} + v^2 = g \frac{L}{2} + 2gL &\Rightarrow v^2 + 8v^2 = 4gL + 16gL \Rightarrow 9v^2 = 20gL \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 = \frac{20gL}{9} &\Rightarrow \boxed{v = \frac{2\sqrt{5gL}}{3}} \end{aligned}$$

*Μίλτος Καδιτζόγλου*

*[miltoskadiltzoglou@gmail.com](mailto:miltoskadiltzoglou@gmail.com)*