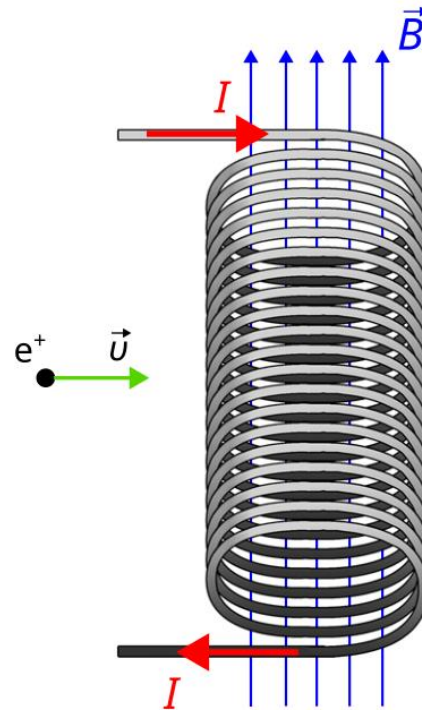


Χρόνος παραμονής πρωτονίου στο σωληνοειδές

Ένα σωληνοειδές έχει μεγάλο μήκος και οι σπείρες του ακτίνα R . Το σωληνοειδές διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I και στο εσωτερικό του δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης \vec{B} . Ένα πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου e , εισέρχεται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς (από το κενό μεταξύ των σπειρών του) κινούμενο κατά μήκος μίας ακτίνας του με ταχύτητα \vec{v} κάθετη στον άξονά του, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά από λίγο, το πρωτόνιο εξέρχεται από το σωληνοειδές από σημείο μεταξύ δύο διαδοχικών σπειρών.

Να προσδιορίσετε το χρονικό διάστημα παραμονής (της κίνησης) του πρωτονίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.



Λύση

Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές μεγάλου μήκους θεωρείται μηδενικό στο εξωτερικό του και ομογενές στο εσωτερικό του. Επίσης, στο εσωτερικό του σωληνοειδούς η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ομόρροπη του άξονα του.

Επομένως, το πρωτόνιο δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο μόνο για όσο χρόνο βρίσκεται στο εσωτερικό του σωληνοειδούς. Η δύναμη αυτή (δύναμη Lorentz), για όσο χρόνο ασκείται, είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητα του πρωτονίου (η οποία αρχικά είναι κάθετη στον άξονα του σωληνοειδούς) και βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της τροχιάς του πρωτονίου το οποίο είναι κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς. Το μέτρο της δύναμης Lorentz που θα ασκείται στο πρωτόνιο θα είναι σταθερό και θα ισούται με $F_L = Bve$. Η δύναμη αυτή θα έχει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης και το πρωτόνιο θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση (για όσο χρόνο βρίσκεται μέσα στο σωληνοειδές).

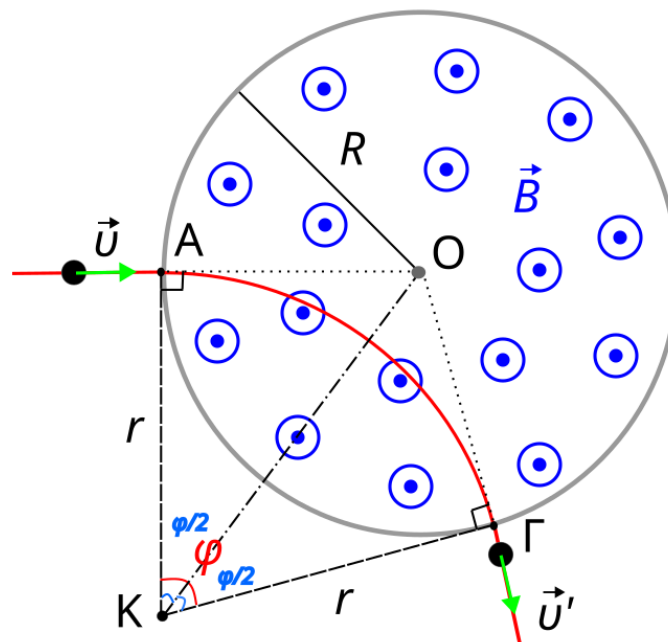
Η τροχιά του πρωτονίου είναι τόξο κύκλου, με ακτίνα που θα προκύψει από τη σχέση:

$$F_L = F_k \Rightarrow Bve = m_p \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m_p v}{eB} \quad (1)$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το επίπεδο της τροχιάς του πρωτονίου, όπου Ο το κέντρο του σωληνοειδούς και Κ το κέντρο της τροχιάς του πρωτονίου (του τόξου ΑΓ).

Υλικό Φυσικής – Χημείας

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...



Η ταχύτητα εξόδου του πρωτονίου από το σωληνοειδές σημειώνεται ως \vec{v}' , για την οποία ισχύει ότι $|\vec{v}'| = |\vec{v}| = v$. Οι ακτίνες OA και OG είναι εφαπτόμενες της τροχιάς του πρωτονίου στα σημεία A και Γ αντίστοιχα και η γωνία μεταξύ της ταχύτητας εισόδου και της ταχύτητας εξόδου σημειώνεται με φ (η οποία είναι και η επίκεντρη γωνία του τόξου $A\Gamma$).

Τα ορθογώνια τρίγωνα OAK και OGK είναι ίσα, γι' αυτό $\widehat{AKO} = \widehat{GKO} = \frac{\varphi}{2}$. Επειδή το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου εντός του σωληνοειδούς παραμένει σταθερό, για το ζητούμενο χρονικό διάστημα παραμονής του πρωτονίου στο σωληνοειδές, θα ισχύει ότι

$$v = \frac{A\Gamma}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{r\varphi}{v} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{m_p \varphi}{eB} \quad (2)$$

Επομένως, για τον προσδιορισμό του χρόνου κίνησης, αρκεί να προσδιορίσουμε την επίκεντρη γωνία φ . Από το ορθογώνιο τρίγωνο KAO , έχουμε:

$$\begin{aligned} \varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2} &= \frac{AO}{KA} = \frac{R}{r} \Rightarrow \varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2} = \frac{eBR}{m_p v} \Rightarrow \frac{\varphi}{2} = \varepsilon\varphi^{-1} \left(\frac{eBR}{m_p v} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \varphi = 2\varepsilon\varphi^{-1} \left(\frac{eBR}{m_p v} \right) \quad (3) \end{aligned}$$

Επομένως

$$(2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{2m_p}{eB} \varepsilon\varphi^{-1} \left(\frac{eBR}{m_p v} \right)$$

Μίλτος Καδιλτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com