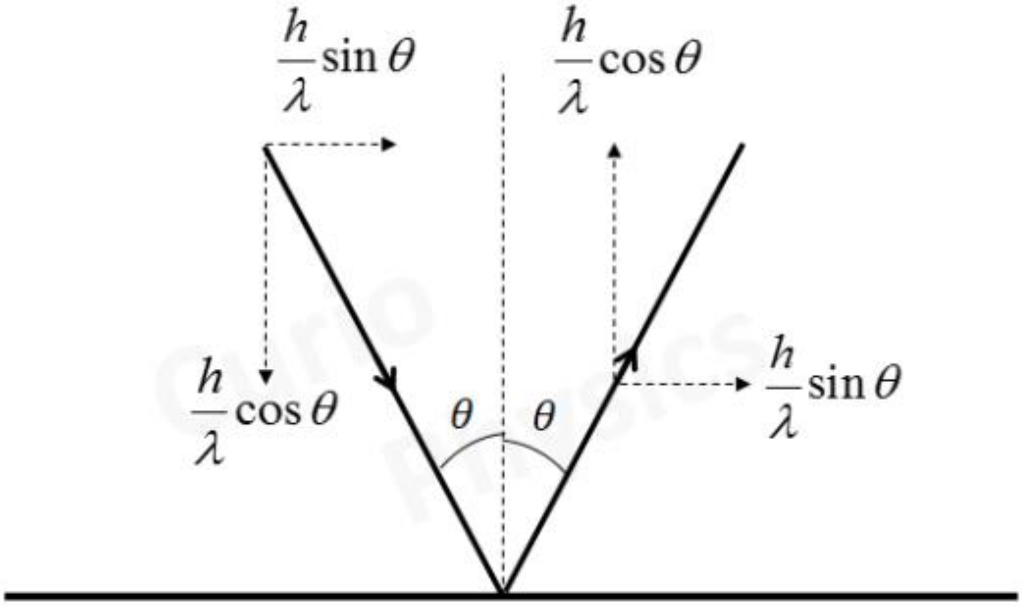


Φωτόνια ηλιακής ακτινοβολίας προσπίπτουν σε τέλεια ανακλαστική επιφάνεια εμβαδού Α έτσι ώστε η διεύθυνση κίνησής τους να σχηματίζει γωνία θ με την κάθετη στο σημείο πρόσπτωσης(σχήμα πάνω). Θεωρείστε τα φωτόνια σωματίδια μάζας m που κινούνται με ταχύτητα c και ότι η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι $E = mc^2$. Αν στην επιφάνεια προσπίπτουν k φωτόνια ανά μονάδα χρόνου και η ένταση Ι είναι η ενέργεια της ακτινοβολίας που προσπίπτει **ΚΑΘΕΤΑ** σε επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας, τότε:

Α)Δείξτε ότι η πίεση της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια δίνεται από τη σχέση: $\mathbf{P = \frac{2I}{c}\cos^2\theta}$ όπου Ι η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στη θέση της επιφάνειας.

Β)Βρείτε τη μορφή που θα πάρει η παραπάνω σχέση αν:

B_1)Αν η επιφάνεια είναι τέτοια ώστε να απορροφά όλη την ακτινοβολία.

B_2)Αν τα φωτόνια προσπίπτουν κάθετα σε τέλεια ανακλαστική επιφάνεια.

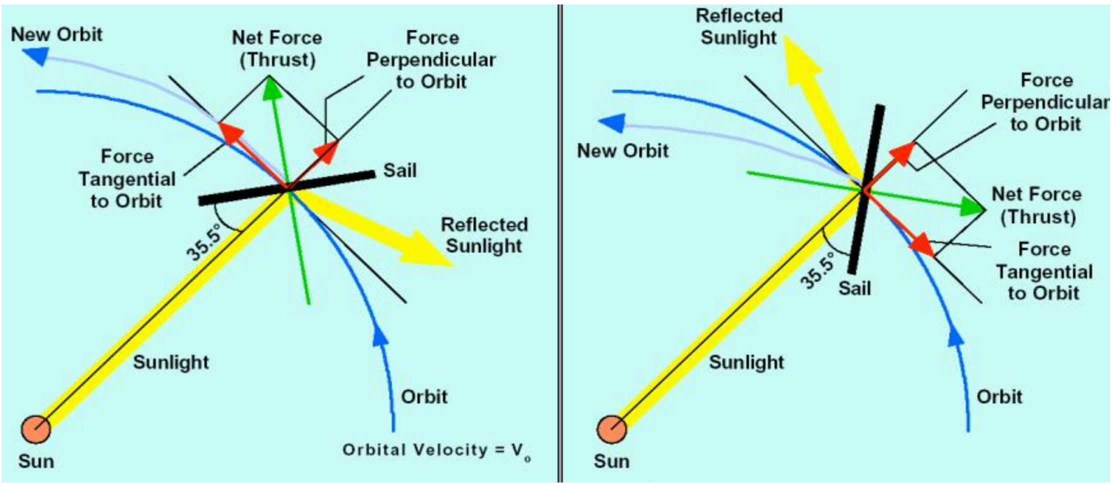
B_3)Αν τα φωτόνια πέφτουν κάθετα σε τέλεια απορροφητική επιφάνεια.

Γ) Βρείτε την αρχική ελκτική δύναμη του ήλιου και την δύναμη από την πίεση της ηλιακής ακτινοβολίας αν αυτή προσπίπτει κάθετα στα τέλεια ανακλαστικά πανιά ενός μικρού διαστημόπλοιου εκτός πεδίου βαρύτητας της γης και συγκρίνετε τις δύο δυνάμεις. Αν το διαστημόπλοιο ήταν ακίνητο ως προς τον ήλιο θα μπορούσαν τα φωτόνια του ήλιου να το παρασύρουν μακριά από τον ήλιο;
Το διαστημόπλοιο έχει μάζα m = 5 kg, εμβαδόν πανιών A = 32 m^2 και αρχικά βρισκόταν σε απόσταση r = 1 AU από τον ήλιο.
Δίνονται: Ακτίνα ήλιου R = 700.000 km, μάζα ήλιου M = $2x10^{30}$ kg, θερμοκρασία ήλιου T = 5800 K, σ = $5,67χ10^{-8}$ W/K^4, c = 300.000 km/s, G = $6,67x10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.

Δ) Στο παραπάνω διαστημόπλοιο βρείτε για ποιες τιμές του εμβαδού A των πανιών το διαστημόπλοιο θα επιταχύνεται ανεξάρτητα της απόστασής του από τον ήλιο.

Ε) Προκειμένου να εκτιμήσουμε τη δράση της ηλιακής ακτινοβολίας θεωρούμε το παραπάνω διαστημόπλοιο με τη δύναμη από την πίεση ακτινοβολίας σταθερή σε πανιά εμβαδού 32 m^2, να κινείται στον διαστρικό χώρο απουσία βαρυτικών δυνάμεων με αρχική ταχύτητα μηδέν. Ποια η επιτάχυνσή του; Ποια η ταχύτητά του σε ένα χρόνο; Σε πόσα χρόνια θα έφτανε στον α Κενταύρου στα 4,3 ε.φ = $4χ10^{16}$ m με την ίδια σταθερή επιτάχυνση και με τι ταχύτητα; Σε πόσα χρόνια θα καλύψει την ίδια απόσταση το Voyager 1 το οποίο κινείται ήδη στον διαστρικό χώρο με σταθερή ταχύτητα 17 km/s;

ΣΤ) Στην πράξη το διαστημόπλοιο κινούμενο σε τροχιά γύρω από τον ήλιο υπό την επίδραση της δύναμης από την πίεση ακτινοβολίας αλλάζει αργά την τροχιά του είτε πιο μακριά από τον ήλιο είτε πιο κοντά. Σχολιάστε τα παρακάτω δύο σχήματα θεωρώντας κυκλικές τροχιές.



ΛΥΣΗ

Α) Η ορμή που μεταφέρει ένα κινούμενο φωτόνιο είναι $P = mc = mc^2/c = E_\phi/c = hf/c = hc/\lambda c$ => $\mathbf{P = h/\lambda}$

Η μεταβολή της ορμής του φωτονίου σε διεύθυνση κάθετη στα πανιά είναι: $\mathbf{\Delta P = 2h\cos\theta/\lambda}$

και αν k ο αριθμός των φωτονίων που χτυπούν τα πανιά σε χρόνο Δt:

$\mathbf{\Delta P_{ολ} = 2kh\cos\theta/\lambda}$ **(1)**

Η ενέργεια που μεταφέρουν τα k φωτόνια σε χρόνο Δt είναι

$\mathbf{E = khf = khc/\lambda}$ **(2).**

Το εμβαδόν της επιφάνειας που είναι **κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης** είναι **Αcosθ** έτσι:

I = ισχύς/επιφάνεια => I = E/ΔtAcosθ (3).

(2)(3) => $I = \frac{khc}{\lambda \Delta t A\cos\theta}$ **=>** $\mathbf{k = \frac{I\lambda\Delta t A\cos\theta}{hc}}$ **(4)**

(1)(4) => $\Delta P_{ολ} = \frac{2I\lambda\Delta t A\cos\theta}{hc}\frac{h\cos\theta}{\lambda}$ **=>** $\mathbf{\Delta P_{ολ} = \frac{2I\Delta t A\cos^2\theta}{c}}$ **(5)**

Η δύναμη που δέχονται τα φωτόνια είναι κατά μέτρο ίση με τη δύναμη που δέχεται κάθετα η επιφάνεια.

$F = \Delta P_{ολ}/\Delta t = \frac{2IA\cos^2\theta}{c}$ και η πίεση στην επιφάνεια θα είναι $p = F/A$ =>

$$\mathbf{p = \frac{2I}{c}\cos^2\theta \quad (6)}$$

Β₁) Δεν υπάρχει ανακλώμενη δέσμη οπότε $\mathbf{\Delta P_{ολ} = kh\cos\theta/\lambda}$ **και**

$$\mathbf{p = \frac{I}{c}\cos^2\theta \quad (7)}$$

Β₂) Αν τα φωτόνια πέφτουν κάθετα σε πλήρως ανακλαστική επιφάνεια τότε από την (6) για θ = 0 έχω:

$$\mathbf{p} = \frac{2I}{c}$$

B₃) Αν τα φωτόνια πέφτουν κάθετα σε πλήρως απορροφητική επιφάνεια τότε από την (7) για θ = 0 έχω:

$$\mathbf{p} = \frac{I}{c}$$

Γ) $F = \frac{GMm}{r^2}$ = **$3x10^{-2}$ N**

Δύναμη από την πίεση ακτινοβολίας: $F_p = pA = \frac{2I}{c}A(1)$

ένταση ακτινοβολίας σε απόσταση r από τον ήλιο I = ισχύς ήλιου/$4\pi r^2$ = $4\pi R^2\sigma T^4/4\pi r^2$ = 1370 W/m^2

(1)=> F_p = 2x1370x32/3x10^8 = **$3x10^{-4}$ N**

Δηλαδή η δύναμη από την πίεση ακτινοβολίας είναι 100 φορές μικρότερη από τη δύναμη του ήλιου και δε μπορεί να παρασύρει το ακίνητο διαστημόπλοιο μακριά από τον ήλιο.

Δ) Για να επιταχύνεται συνεχώς πρέπει Fp > F => $\frac{2I}{c}A > \frac{GMm}{r^2}$ => $\frac{2x4\pi R^2\sigma T^4}{4\pi r^2 c}$A > $\frac{GMm}{r^2}$ => A > $\frac{GMmc}{2R^2\sigma T^4}$ =>

A > 3200 m^2

Για να πετύχουμε μία ικανοποιητική επιτάχυνση θα πρέπει τα πανιά να είναι μεγαλύτερα από ένα γήπεδο ποδοσφαίρου και η συνολική μάζα της κατασκευής μαζί με τα όργανα κάτω από 10 kg.

Ε) $\alpha = F_p/m$ = 3x10^{-4}/5 = **6x10^{-5} m/s^2**

υ = αt = 6x10^{-5}x365x24x3600 = **1892 m/s**

S = 1/2αt^2 => t = 10^{10} s = **300 χρόνια**

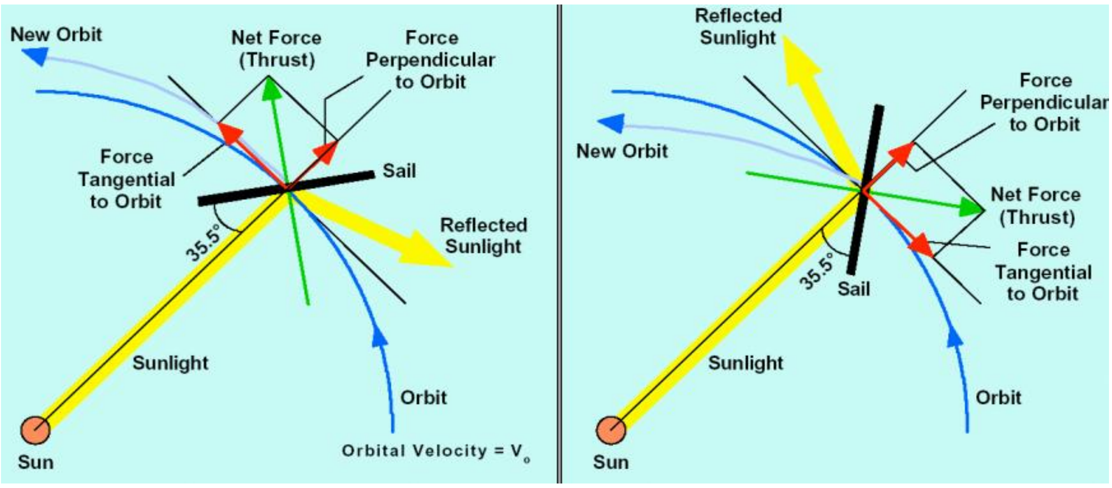
υ = αt = 6x10^5 m/s = **600 km/s**

Για το Voyager 1

t = S/υ = 4χ10^{16}/17000 = **75.000 χρόνια !!!**

Το συμπέρασμα είναι ότι με μία απειροελάχιστη επιτάχυνση σε βάθος χρόνου πετυχαίνουμε ταχύτητες απλησίαστες για συμβατικούς χημικούς πυραύλους και συντομεύουμε κατά πολύ τα διαστρικά ταξίδια.

ΣΤ)



Το διαστημόπλοιο κινείται στην έντονη μπλε κυκλική τροχιά με ταχύτητα V_0, η ελκτική δύναμη F_G του ήλιου είναι κεντρομόλος(δεν είναι σχεδιασμένη).

Στο αριστερά σχήμα τα πανιά παίρνουν τέτοια κλίση ως προς τις ακτίνες του ήλιου ώστε η δύναμη F_p(Net Force) από την πίεση ακτινοβολίας να αναλύεται σε μία εφαπτομενική συνιστώσα F_T κατά τη φορά της κίνησης και κάθετη στην F_G και μία F_r αντίθετη της F_G.

Η F_T δεν έχει αντίπαλο οπότε αν και μικρή με το χρόνο αυξάνει την τροχιακή ταχύτητα σε $V > V_0$.

Η F_r μειώνει την $ΣF_r$ από F_G σε $F_G – F_r$ πάρα πολύ αργά έως αμελητέα καθώς η $ΣF_r$ από 0,03 N γίνεται 0,0298258

Χωρίς την πίεση ακτινοβολίας: $F_G = mV_0^2/r \Rightarrow r = mV_0^2/F_G$

Με την πίεση ακτινοβολίας: $F_G – F_r = mV^2/r' \Rightarrow r' = mV^2/(F_G-F_r)$ (1)

Επειδή $V > V_0$ και $F_G – F_r < F_G$ θα είναι $r' > r$

Δηλαδή το διαστημόπλοιο αργά ανεβαίνει σε τροχιά πιο απομακρυσμένη από τον ήλιο και αυξάνει την τροχιακή του ταχύτητα.

Στο δεύτερο σχήμα η εφαπτομενική συνιστώσα της δίναμης από την πίεση ακτινοβολίας είναι αντίθετη της κίνησης και $V < V_0$ και επειδή η μείωση της F_G είναι αμελητέα από την (1) $r' > r$.

Δηλαδή το διαστημόπλοιο πλησιάζει αργά τον ήλιο με μικρότερη ταχύτητα.