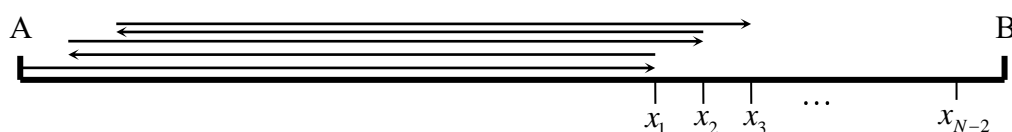


Ελάχιστος χρόνος

Βρείτε τον ελάχιστο χρόνο που χρειάζεται μια ομάδα N ανθρώπων να μεταβεί από μια πόλη A σε μια πόλη B που απέχουν απόσταση d , αν διαθέτουν ένα διαθέσιμο αυτοκίνητο το οποίο μπορεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα V . Υποθέστε ότι όλα τα άτομα της ομάδας μπορούν να βαδίζουν με σταθερή ταχύτητα v .

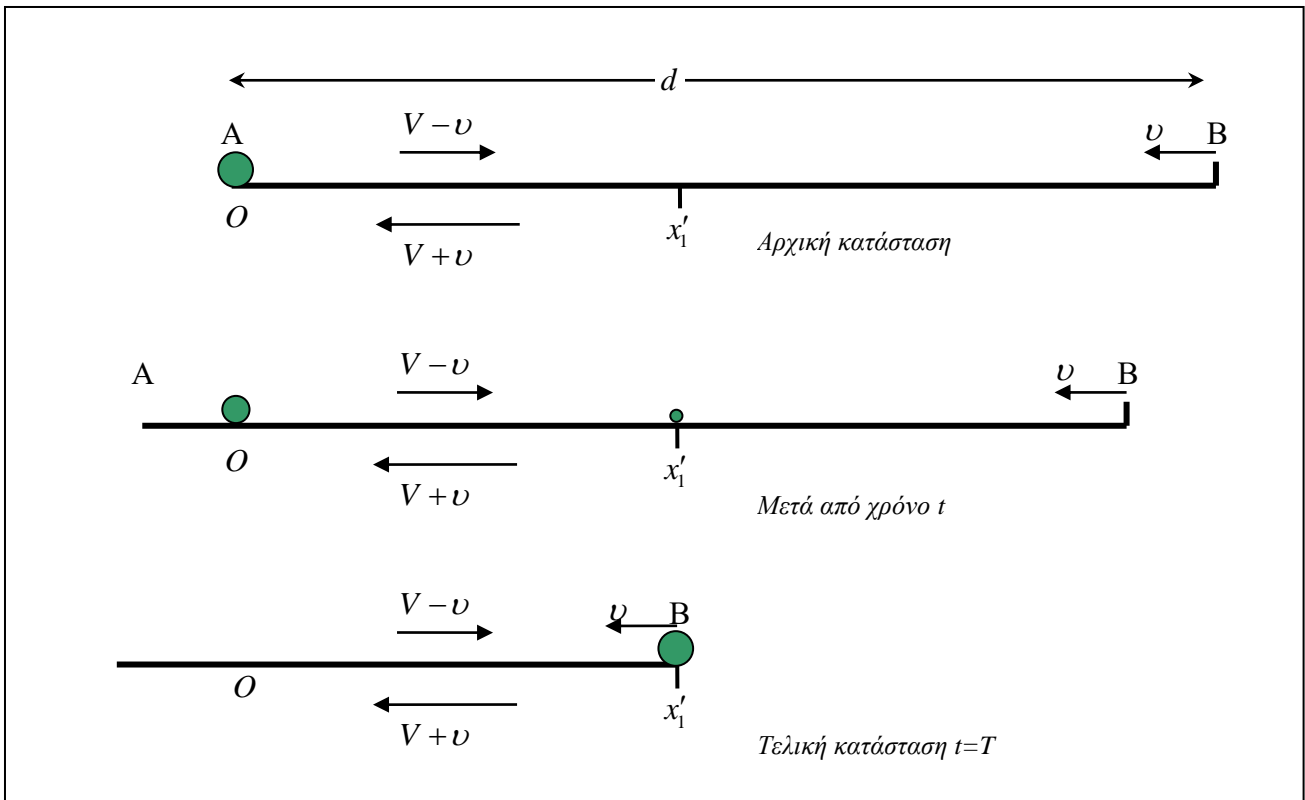
Λύση

Για να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση του χρόνου μετακίνησης δεν θα πρέπει κανένας από την ομάδα να περιμένει τους υπόλοιπους ούτε και κανένας να τεμπελιάζει. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να φτάσουν όλοι ταυτόχρονα στην πόλη B περπατώντας συνεχώς ή κινούμενοι με το αυτοκίνητο. Χρησιμοποιώντας το αυτοκίνητο μπορεί ένας από την ομάδα να εκτελέσει χρέη οδηγού και να πραγματοποιεί δρομολόγια μεταφέροντας διαδοχικά τους υπόλοιπους σε κατάλληλο σημείο του δρόμου, απ' όπου θα συνεχίζουν περπατώντας. Κατά το τελευταίο δρομολόγιο θα φτάσει με τον επιβάτη του στην πόλη B ταυτόχρονα με όλους τους υπόλοιπους. Σχηματικά η διαδικασία φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Είναι φανερό ότι μετά τη μεταφορά του πρώτου στην κατάλληλη θέση x_1 τους επόμενους θα τους αφήνει στη θέση που θα βρίσκεται ο πρώτος όταν τον φτάνει. Έτσι θα σχηματιστούν δύο ομάδες ανθρώπων που θα περπατούν ενώ το αυτοκίνητο σε κάθε δρομολόγιο θα ελαττώνει κατά έναν την ομάδα που ακολουθεί ενώ θα αυξάνει κατά έναν την ομάδα που προπορεύεται. Άρα το πρόβλημα θα έχει λυθεί αν προσδιορίσουμε τη θέση x_1 .

Θεωρούμε σύστημα αναφοράς που κινείται με ταχύτητα v προς τα δεξιά. Στο σύστημα αυτό οι πεζοί παραμένουν ακίνητοι ενώ το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα μέτρου $V - v$ προς τα δεξιά και $V + v$ προς τα αριστερά. Επίσης η πόλη B "κινείται" προς τα αριστερά με ταχύτητα v .



Για να μεταφέρει το αυτοκίνητο όλη την ομάδα από τη θέση O στη θέση x'_1 θα χρειαστεί χρόνο, $T = (N-2)\frac{x'_1}{V+v} + (N-1)\frac{x'_1}{V-v}$. Αλλά στον ίδιο χρόνο το σημείο B διανύει την απόσταση $d - x'_1$, δηλαδή $T = \frac{d - x'_1}{v}$. Άρα,

$$(N-2)\frac{x'_1}{V+v} + (N-1)\frac{x'_1}{V-v} = \frac{d - x'_1}{v}$$

Μετά από τις πράξεις βρίσκουμε,

$$x'_1 = d \frac{V^2 - v^2}{V^2 - 3vV + 2vVN}$$

και αντικαθιστώντας στην, $T = \frac{d - x'_1}{v}$ βρίσκουμε μετά από μερικές πράξεις,

$$T = \frac{d}{V} \left(\frac{2VN + v - 3V}{2vN + V - 3v} \right)$$

Επανερχόμενοι στο αρχικό σύστημα αναφοράς προσδιορίζουμε τη θέση x_1 .

$$x_1 = \frac{V}{V-v} x'_1 \quad \text{ή} \quad x_1 = d \frac{V+v}{V-3v+2vN}$$