

Η ΦΥΣΙΚΗ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΟΥΣΗΣ ΤΟΥ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟΥ DART ΤΗΣ NASA ΜΕ ΤΟΝ ΔΟΡΥΦΟΡΟ ΤΟΥ ΑΣΤΕΡΟΕΙΔΗ ΔΙΔΥΜΟΥ ΔΙΜΟΡΦΟ

Ο αστεροειδής Δίδυμος με μάζα $M = 5,4 \times 10^{11}$ kg κινείται σε ελλειπτική τροχιά μεγάλης εκκεντρότητας γύρω από τον ήλιο όπως οι περισσότεροι αστεροειδείς με αποτέλεσμα να τέμνουν τις τροχιές εσωτερικών πλανητών. Ο Δίμορφος στο αφήλιο της τροχιάς του να απέχει 2,2753 AU από τον ήλιο και στο περιήλιο 1,0131 AU.

Ο αστεροειδής ανήκει στην κατηγορία των δυαδικών αστεροειδών αποτελώντας δυαδικό σύστημα με τον Δορυφόρο του Δίμορφο. Ο Δίμορφος με μάζα $m = 5 \times 10^9$ kg κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 1,2$ km γύρω από τον Δίδυμο. Θεωρείστε τα δύο σώματα σφαιρικά με ακτίνες 400 m και 85 m αντίστοιχα. Δίνεται $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻².

A) Η τροχιά του αστεροειδούς τέμνει την τροχιά κάποιου πλανήτη; Ποια η ελάχιστη απόσταση από τη γη που μπορεί να φτάσει ο αστεροειδής.

B) Να βρεθεί το κέντρο μάζας του συστήματος. Τι συμπέρασμα προκύπτει για την κινηματική του συστήματος;

Γ) Να βρεθούν η τροχιακή γραμμική ταχύτητα και η περίοδος περιφοράς του Δίμορφου γύρω από τον Δίδυμο.

Δ) Το διαστημόπλοιο DART μάζας $m_1 = 570$ kg κινούμενο με ταχύτητα $u = 24.000$ km/h συγκρούστηκε μετωπικά με τον Δίμορφο. Με την προϋπόθεση ότι το διαστημόπλοιο συντρίβεται στην επιφάνεια του αστεροειδούς χωρίς να συμβεί εκτόξευση υλικού στο διάστημα να βρεθούν η νέα τροχιακή γραμμική ταχύτητα, η νέα ακτίνα τροχιάς και η νέα περίοδος περιφοράς του Δίμορφου,

Ε) Ένα κρίσιμο στοιχείο για την εκτροπή του αστεροειδούς από την τροχιά του είναι η ορμή που μεταβιβάστηκε από το διαστημόπλοιο στον αστεροειδή. Υπολογίστε την. Να αναφέρετε έναν παράγοντα που διαφοροποιεί την τιμή αυτής της ορμής. Πως υπολογίζεται η μέση δύναμη που δέχτηκε ο αστεροειδής από το διαστημόπλοιο;(ποιοτικά). Από τι εξαρτάται αυτή;

ΣΤ) Αν υποθέσουμε ότι κατά τη σύγκρουση εκτοξεύεται υλικό από τον αστεροειδή στο διάστημα πως θα επηρεαστούν τα μεγέθη που υπολογίσαμε στα ερωτήματα Δ και Ε(ποιοτικά).

ΛΥΣΗ

A) Η μέση ακτίνα της τροχιάς του Άρη είναι 1,6 AU και της γης 1 AU. Λόγω του ότι οι τροχιές σχηματίζουν διαφορετική γωνία ως προς την εκλειπτική η τροχιά του Δίδυμου τέμνει την τροχιά του Άρη και της γης σε δύο μόνο σημεία. Με βάση τα στοιχεία της τροχιάς των τριών αντικειμένων συνάντηση στα δύο σημεία δε θα γίνει ακόμα και με το περιθώριο σφάλματος που υπάρχει. Το 2003 ο Δίδυμος πλησίασε τη γη στα 7.180.000 km και το 2123 θα φτάσει σε απόσταση 5.900.000 km. Το 2144 θα φτάσει στην πιο κοντινή μέχρι σήμερα απόσταση 4.690.000 km από τον Άρη.

B) Αν r_1 η απόσταση του ΚΜ από τον Δίδυμο και r_2 από τον Δίμορφο τότε:
 $r_1 + r_2 = r$ και $Mr_1 = mr_2$. Από το σύστημα των δύο εξισώσεων προκύπτει **$r_1 = 12 \text{ m}$** σημαντικά μικρότερο από την ακτίνα του Δίδυμου ώστε το ΚΜ να βρίσκεται πολύ κοντά στο κέντρο του αστεροειδή.

Μπορούμε επομένως να υποθέσουμε με ελάχιστο σφάλμα ότι ο Δίδυμος είναι ακίνητος και ο Δίμορφος κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω του. Σε κάθε άλλη περίπτωση δυαδικών συστημάτων αστέρων ή αστεροειδών και τα δύο σώματα κινούνται γύρω από το ΚΜ.

Γ) Η ελκτική δύναμη του Δίδυμου στον Δίμορφο είναι η απαραίτητη κεντρομόλος για να διατηρείται στην κυκλική τροχιά του. Αν $u_{\text{πριν}}$ και $T_{\text{πριν}}$ η ταχύτητα και η περίοδος του Δίμορφου πριν την σύγκρουση τότε:

$$F_g = F_c \Rightarrow GMm/r^2 = mv_{\text{πριν}}^2/r \Rightarrow v_{\text{πριν}} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1) \Rightarrow \mathbf{u_{\text{πριν}} = 0,17325 \text{ m/s}}$$

$$T_{\text{πριν}} = 2\pi r / v_{\text{πριν}} = 43520 \text{ s} \Rightarrow T_{\text{πριν}} = 12,08886 \text{ h} \text{ ή}$$

$$\mathbf{T_{\text{πριν}} = 12 \text{ h } 5 \text{ min}}$$

Δ) Με βάση την εκφώνηση η κρούση μπορεί να θεωρηθεί μετωπική πλαστική. Αν $u_{\text{μετά}}$ η τροχιακή γραμμική ταχύτητα του Δίμορφου μετά την κρούση τότε:

$$\text{ΑΔΟ με θετική την φορά του Δίμορφου: } m u_{\text{πριν}} - m_1 u = (m_1 + m) u_{\text{μετά}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{u_{\text{μετά}} = 0,17244 \text{ m/s}} \text{ όπου } u = 24000 \text{ km/h} = 6667 \text{ m/s}$$

Δ) Η ολική μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την σύγκρουση που αντιστοιχεί εξ ολοκλήρου στον Δίμορφο αφού θεωρήσαμε τον Δίδυμο ακίνητο είναι: $E_{αρχ} = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv_{πριν}^2 \Rightarrow (1) E_{αρχ} = -\frac{GMm}{2r} \Rightarrow E_{αρχ} = -75.037.500 \text{ J} (2)$

Το μέτρο της απώλειας κινητικής ενέργειας του Δίμορφου ήταν $\Delta E_K = \frac{1}{2}mv_{πριν}^2 - \frac{1}{2}mv_{μετά}^2 \Rightarrow \Delta E_K = 656.716 \text{ J} (3)$

Έτσι η τελική μηχανική ενέργεια του Δίμορφου θα είναι:

$$E_{τελ} = -75.037.500 - 656.716 \Rightarrow E_{τελ} = -75.694.216 \text{ J} (4)$$

$$\text{Όμως } E_{τελ} = -\frac{GMm}{2r_{μετά}} \Rightarrow (4) r_{μετά} = -GMm/2E_{αρχ} \Rightarrow (4)$$

$$r_{μετά} = 1190 \text{ m}$$

$$T_{μετά} = 2\pi r_{μετά}/v_{μετά} \Rightarrow T_{μετά} = 43.360 \text{ s} = 12.04 \text{ h} \Rightarrow$$

$$T_{μετά} = 12 \text{ h } 2,4 \text{ min}$$

Τα θεωρητικά μοντέλα επομένως προέβλεπαν μία μείωση της περιόδου περιφοράς του δίμορφου κατά 2,6 min που αντιστοιχεί σε μείωση της ακτίνας της τροχιάς περιφοράς του γύρω από τον Δίδυμο κατά 10 m.

Ε) Σε μία τέλεια πλαστική κρούση το διαστημόπλοιο θα μεταβίβαζε όλη του την ορμή $P = m_1u$ στον αστεροειδή. $\Delta P = 570 \times 6667 \Rightarrow \Delta P = 3.800.190 \text{ kg.m.s}^{-1}$
Στην περίπτωση που έχουμε εκτίναξη υλικού από την επιφάνεια του αστεροειδούς ένα μέρος της παραπάνω ορμής μεταβιβάζεται στην εκτινασόμενη μάζα.

Αλλά $F = \Delta P/\Delta t$. Η μέση δύναμη επομένως που δέχεται ο αστεροειδής εξαρτάται από τον χρόνο που διαρκεί το φαινόμενο. Ο χρόνος αυτός με τη σειρά του εξαρτάται από τη σύσταση της επιφάνειας του Δίμορφου στην περιοχή της πρόσκρουσης του DART. Η μέση F θα υπολογιστεί όταν το διαστημόπλοιο του ευρωπαϊκού οργανισμού διαστήματος το 2026 υπολογίσει το βάθος του κρατήρα που άνοιξε κατά την σύγκρουση.

ΣΤ) Εφόσον δεν μεταβιβάζεται ολόκληρη η ορμή του διαστημόπλοιου στον Δίμορφο η ΑΔΟ γίνεται:

$m_1u - mv_{πριν} = (M + m)v_{μετά} + m_{εκτ}v_{εκτ}$, όπου $m_{εκτ}$ και $v_{εκτ}$ η μάζα και η ταχύτητα της εκτοξευόμενης ύλης. Όπως μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε από την παραπάνω σχέση η μείωση της ταχύτητας του δίμορφου, η μείωση της

περιόδου του και η μείωση της ακτίνας της τροχιάς του θα είναι τώρα μεγαλύτερες, δηλαδή θα έχουμε καλύτερα αποτελέσματα.