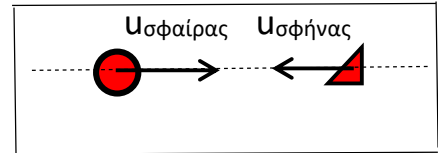


**ΘΕΜΑ Α**

**A<sub>1</sub>** (5μ)

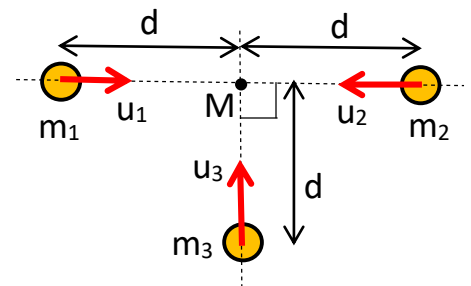
Η σφαίρα και η σφήνα κινούνται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων βρίσκονται στην ευθεία που συνδέει τα κέντρα μάζας τους. Τα μέτρα των ορμών των σωμάτων είναι ίσα και η κρούση τους δεν είναι πλαστική.



- α) Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων μετά την κρούση έχουν τη διεύθυνση που είχαν πριν την κρούση. .
- β) Η κρούση των σωμάτων δεν είναι κεντρική.
- γ) Η ορμή του συστήματος μετά την κρούση δεν είναι μηδέν.
- δ) Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων μετά την κρούση, έχουν τη ίδια διεύθυνση.

**A<sub>2</sub>** (5μ)

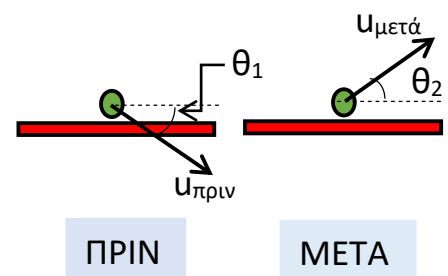
Τα σώματα με μάζες  $m_1, m_2, m_3$  στο σχήμα, απέχουν απόσταση  $d$  από το σημείο  $M$ , κινούνται με σταθερές ταχύτητες προς το  $M$ , και συναντώνται ταυτόχρονα στο  $M$ . Η κρούση των σωμάτων είναι πλαστική. Η κοινή ταχύτητα των σωμάτων σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με την ευθεία που διέρχεται από τα σώματα με  $m_1, m_2$ .



- α)  $m_1 = m_2 = m_3$
- β)  $m_1 = m_3 = 2 m_2$
- γ)  $m_2 = m_3 = m_1 / 2$
- δ)  $m_3 = 2m_1$  και  $m_1 = 2m_2$

**A<sub>3</sub>** (5μ)

Σφαίρα συγκρούεται ανελαστικά με οριζόντιο δάπεδο. Η ταχύτητα της σφαίρας λίγο πριν την κρούση σχηματίζει γωνία  $\theta_1$  με το δάπεδο και αμέσως μετά την κρούση σχηματίζει γωνία  $\theta_2$  με το



δάπεδο.

- α) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας λίγο πριν την κρούση ισούται με την κινητική της ενέργεια , αμέσως μετά την κρούση.
- β) Το μέτρο της συνιστώσας της ορμής της σφαίρας στην οριζόντια διεύθυνση λίγο πριν την κρούση, είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της συνιστώσας της ορμής της σφαίρας στην οριζόντια διεύθυνση. αμέσως μετά την κρούση.
- γ) Η γωνία  $\theta_1$  είναι μεγαλύτερη από τη γωνία  $\theta_2$
- δ) Η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα στο χρονικό διάστημα της κρούσης, δεν είναι κάθετη στο δάπεδο.

**A<sub>4</sub>** (5μ)

Σφαίρα μάζας  $m_1$  και ταχύτητας μέτρου  $u_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Ισχύει  $m_1 > m_2$ . Τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι  $u_1'$ ,  $u_2'$ .

- α) Ο ταχύτητες με μέτρα  $u_1'$ ,  $u_2'$  είναι αντίρροπες
- β)  $u_2' < u_1$
- γ)  $u_2' > 2u_1'$ .
- δ)  $u_1' > u_1$ .

**A<sub>5</sub>** (5μ)

Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- α) Η κινητική ενέργεια λάσπης που πέφτει και κολλάει σε τοίχο, μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.
- β) Όταν μία σφαίρα συγκρούεται με μια άλλη ακίνητη σφαίρα και η κρούση τους είναι μη κεντρική-ελαστική, οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση έχουν την ίδια διεύθυνση.
- γ) Εάν είσαι ακίνητος –τη σε ξέφωτο μέσα στη ζούγκλα και πέσει πάνω σου ελέφαντας με πολύ μεγαλύτερη μάζα από τη δική σου, είσαι σε ύψος που η ταχύτητά του κέντρου μάζας του

διέρχεται από το κέντρο μάζας σου και η κρούση σας είναι ελαστική, η ταχύτητά σου μετά την κρούση θα είναι περίπου διπλάσια από αυτή του ελέφαντα.

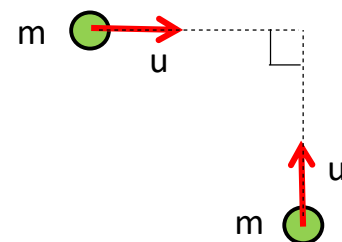
δ) Τερματοφύλακας που βρίσκεται ακριβώς κάτω από τα δοκάρια εκτινάσσεται με το σώμα του παράλληλο στα δοκάρια και τα χέρια του τεντωμένα παράλληλα στα δοκάρια για να πιάσει τη μπάλα. Πιάνει την μπάλα και μπαίνει γκολ.

ε) Όταν μία σφαίρα συγκρούεται ελαστικά με δάπεδο το πηλίκο της μεταβολής της ορμής της προς το χρονικό διάστημα της κρούσης της, ισούται με τη μέση δύναμη που ασκεί το δάπεδο στη σφαίρα.

## ΘΕΜΑ Β

### B<sub>1</sub> (12μ)

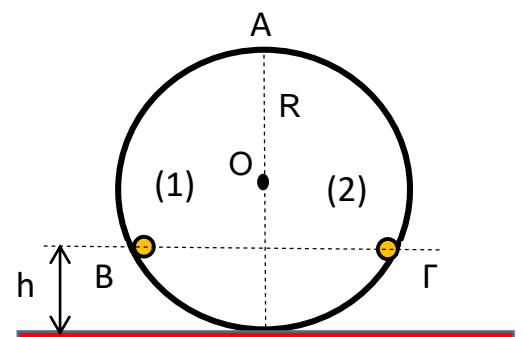
Οι σφαίρες στο σχήμα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχουν ίσες μάζες, ίσα μέτρα ταχυτήτων και διανύσματα ταχυτήτων κάθετα μεταξύ τους. Οι σφαίρες συγκρούονται ελαστικά. Τα διανύσματα των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση είναι



α) κάθετα μεταξύ τους β) μη κάθετα μεταξύ τους (+ αιτιολόγηση) (5μ + 7μ)

### B<sub>2</sub> (13μ)

Η στεφάνη είναι λεία στο εσωτερικό της, βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο και είναι στερεωμένη σε οριζόντιο επίπεδο. Η ακτίνα της στεφάνης είναι  $R$ . Αφήνουμε ταυτόχρονα δύο ίδιου μεγέθους, μικρές σφαίρες από τα σημεία Β, Γ που βρίσκονται στο εσωτερικό της στεφάνης και σε ύψος  $h$ . Οι μάζες των σφαιρών (1), (2) είναι  $m$ ,  $3m$  αντίστοιχα. Οι σφαίρες συναντώνται πρώτη φορά στο κατώτερο σημείο της στεφάνης. Όταν συναντώνται οι σφαίρες οι κρούσεις τους είναι κεντρικές-ελαστικές και η σφαίρα (1) μετά την πρώτη κρούση διέρχεται από το ανώτερο σημείο της στεφάνης

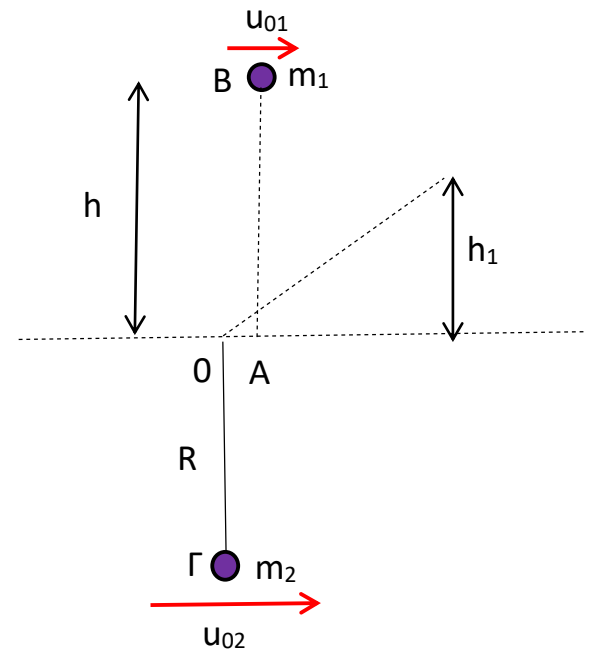


A. Το ελάχιστο ύψος  $h$  για να επαναλαμβάνονται οι κρούσεις των σφαιρών είναι.

α)  $h_{\min} = R/2$    β)  $h_{\min} = 5R/8$    (+ αιτιολόγηση)   (5μ + 8μ)

### ΘΕΜΑ Γ

Η μικρή σφαίρα μάζας  $m_2 = m$  συνδέεται με το άκρο νήματος μήκους  $R = 1,75 \text{ m}$ , του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με σταθερό σημείο στο  $O$ . Το  $m_2$  μπορεί να κάνει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο. Από το σημείο  $B$  που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από την οριζόντια γραμμή που διέρχεται από το  $O$ , δίνεται οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_{01} = 3 \text{ m/s}$  σε σφαίρα μάζας  $m_1 = 4m$  και στο  $m_2$  δίνεται οριζόντια ταχύτητα  $u_{02} = 9 \text{ m/s}$  από την κατώτερη θέση  $\Gamma$ . Οι σφαίρες έχουν το ίδιο μέγεθος. Οι οριζόντιες ταχύτητες  $u_{01}$ ,  $u_{02}$  δίνονται τις κατάλληλες στιγμές ώστε τα σώματα να συγκρουστούν κεντρικά και ελαστικά σε ύψος  $h_1 = 1,05 \text{ m}$ .



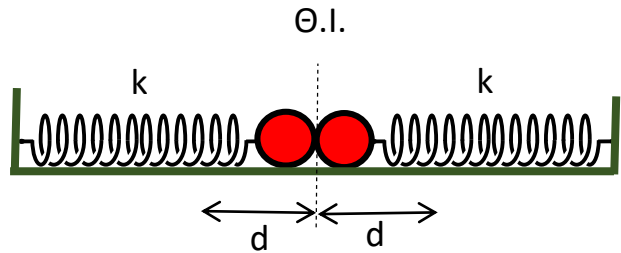
Δίνονται  $\frac{1,05}{1,75} = 0,6$  και όταν  $\eta\mu\theta = 0,6$  το  $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$ .  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Να βρείτε.

- α) Την ταχύτητα της σφαίρας με  $m_2$  λίγο πριν την κρούση. (4μ)
- β) Την ταχύτητα της σφαίρας με  $m_1$  λίγο πριν την κρούση. (6μ)
- γ) Το ύψος  $h$  (5μ)
- δ) Το μήκος  $OA$  (4μ)
- ε) Τις ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση. (6μ)

## ΘΕΜΑ Δ

Δύο ίδιες σφαίρες με μάζα  $m$  η κάθε μία συνδέονται με τα άκρα δύο ίδιων ελατηρίων με σταθερά  $k$  το κάθε ένα. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται με σταθερά σημεία. Στη  $\Theta$ Ι τα σώματα είναι σε επαφή μεταξύ τους και με το δάπεδο. Τα ελατήρια στη  $\Theta$ Ι έχουν το φυσικό τους μήκος και τα σώματα είναι ακίνητα.



Μετατοπίζουμε το ίδιο αριστερά και δεξιά τις σφαίρες κατά  $d=0,2\text{m}$  και ταυτόχρονα τις αφήνουμε ελεύθερες. Οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών είναι κεντρικές-ελαστικές. Δίνονται

ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου  $\mu=0,1$ ,  $k = 50\text{N/m}$ ,  $m=1\text{Kg}$ ,  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να βρείτε

- Τις μέγιστες συσπειρώσεις των ελατηρίων μετά την πρώτη κρούση μεταξύ των σφαιρών. (6μ)
- Το αριθμό των κρούσεων μεταξύ των σφαιρών μέχρι να ακινητοποιηθούν. (12μ)
- Τα διαστήματα που διανύουν οι σφαίρες από την αρχή της κίνησής τους μέχρι να ακινητοποιηθούν. (7μ)

# Κ... Ε...