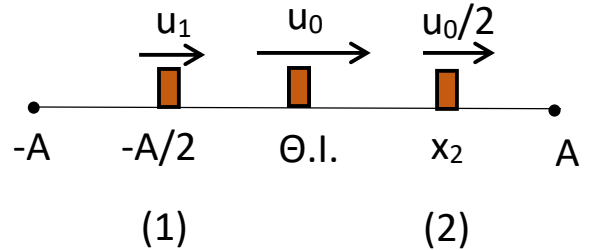


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (3h) ΚΡΟΥΣΕΙΣ – ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ 2022

**A. ΘΕΜΑ**

**A<sub>1</sub>** (5μ)

Σώμα εκτελεί οριζόντια ΑΑΤ με πλάτος  $A$ , προς τα δεξιά. Στην κατάσταση (1) έχει απομάκρυνση  $x_1 = -A/2$  και μέτρο ταχύτητας  $u_1$ , στη θέση ισορροπίας μέτρο ταχύτητας  $u_0$  και στην κατάσταση (2) απομάκρυνση  $x_2$  και μέτρο ταχύτητας  $u_2 = u_0/2$ .



α) Το μέτρο της ταχύτητας  $u_1$  είναι  $u_1 = u_0/2$

β) Η απομάκρυνση  $x_2$  είναι  $x_2 = A/2$

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης στην κατάσταση (1) είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος στην κατάσταση (2)

δ) Η κινητική ενέργεια του σώματος στην κατάσταση (1) είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στην κατάσταση (2)

**A<sub>2</sub>** (5μ)

Οι τρεις ίδιες μικρές σφαίρες (1),(2),(3) βρίσκονται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι  $u_1, u_2 = u_3 = u$ . Οι φορές των ταχυτήτων φαίνονται στο σχήμα και οι αποστάσεις διαδοχικά μεταξύ των σωμάτων είναι  $2d$ . Τα σώματα συγκρούονται ταυτόχρονα και οι κρούσεις μεταξύ τους είναι κεντρικές – ελαστικές.

Η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα δεξιά.

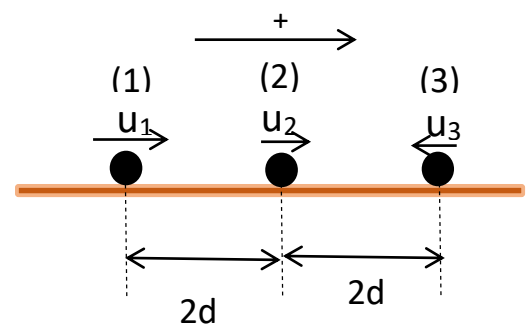
Οι τελικές αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών είναι

α)  $u_1' = u, u_2' = u, u_3' = 3u$

β)  $u_1' = u, u_2' = 2u, u_3' = 2u$

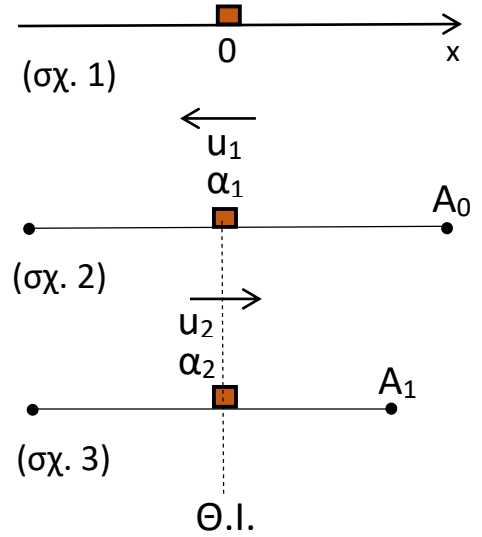
γ)  $u_1' = -u, u_2' = u, u_3' = 3u$

α)  $u_1' = -u, u_2' = 2u, u_3' = 2u$



**A3(5μ)**

Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη επαναφοράς  $F_{επ.} = -D x$ . Το σώμα ισορροπεί στη θέση  $x=0$  (σχ. 1) Μετατοπίζουμε το σώμα στο αρχικό πλάτος  $A_0$  και το αφήνουμε. Το σώμα εκτελεί οριζόντια φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης  $F_{απ.} = -b u$ . Κατά την κίνηση του σώματος από το πλάτος  $A_0$  μέχρι το επόμενο πλάτος  $A_1$  σε χρόνο  $T$ , το μέτρο της ταχύτητάς του και το μέτρο της επιτάχυνσής του, όταν διέρχεται από την θέση ισορροπίας του προς τα αριστερά, είναι  $u_1, \alpha_1$  (σχ. 2) και προς τα δεξιά είναι  $u_2, \alpha_2$  (σχ. 3).



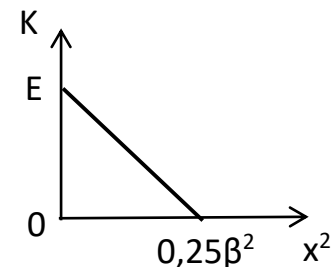
Δίνεται ότι η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της

ενέργειας σε θερμική είναι  $|\frac{dW_{F_{απ.}}}{dt}| = bu^2$

- α) Η φορά της επιτάχυνσης στο σχήμα 2 είναι προς τα αριστερά και η φορά της επιτάχυνσης στο σχήμα 3 είναι προς τα δεξιά.
- β) Στο σχήμα 3 η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη σε σημείο δεξιά από τη θέση ισορροπίας.
- γ) Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 2 είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 3.
- δ) Η σχέση μεταξύ των πλάτων  $A_0, A_1$  είναι  $A_1 = A_0 e^{-2\Delta T}$

**A4 (5μ)**

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας σώματος που εκτελεί ΑΑΤ σε συνάρτηση με το τετράγωνο της απομάκρυνσής του, δίνεται από το διπλανό διάγραμμα. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι  $\omega=4\text{rad/s}$ . Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δεν είναι σωστό.



- α)
- β)
- γ)
- δ)

### A5. (5μ)

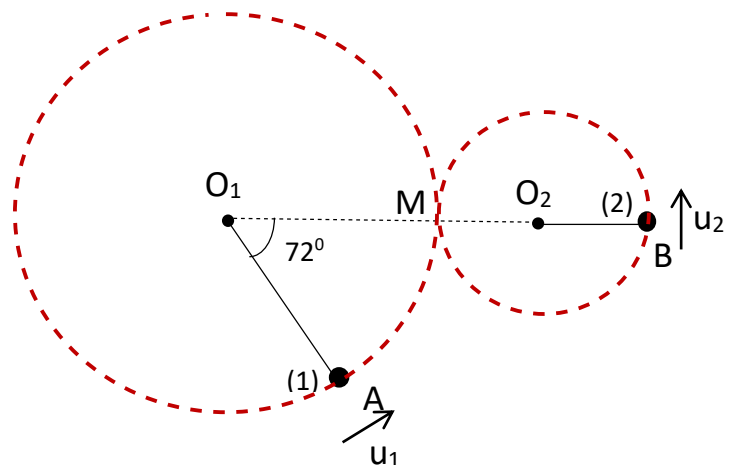
Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- α) Για να εκτελεί ένα κινητό AAT η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται μπορεί να είναι και του τύπου  $\Sigma F = Dx$ , όπου D σταθερή ποσότητα και x η απομάκρυνση του κινητού.
- β) Όταν συγκρούονται δύο σώματα και οι κινητικές τους ενέργειες μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια, η κρούση τους είναι πλαστική.
- γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση σώματος στο οποίο ασκείται δύναμη επαναφοράς  $F_{επ.} = -Dx$  και δύναμη απόσβεσης  $F_{απ.} = -bu$  σε χρόνο μισής περιόδου, η συνισταμένη δύναμη είναι αντίρροπη της δύναμης απόσβεσης για χρόνο μεγαλύτερο από το ένα τέταρτο της περιόδου.
- δ) Όταν ένα μπαλάκι πέφτει κάθετα σε ταβάνι, το μέτρο της δύναμης που του ασκείται από το ταβάνι είναι μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους του, για οποιοδήποτε μέτρο της ταχύτητας που μπορεί να έχει το μπαλάκι.
- ε) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή  $f_{\delta 1}$  στην οποία αντιστοιχεί πλάτος  $A_1$  στη συχνότητα τιμή  $f_{\delta 2}$  στην οποία αντιστοιχεί πάλι πλάτος  $A_1$ , η συχνότητα  $f_{\delta 1}$  είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

### B. ΘΕΜΑ

#### B1

Οι ισομεγέθεις μικρές σφαίρες (1),(2) έχουν μάζες  $m_1 = m$ ,  $m_2 = 2m$ , συνδέονται με τα άκρα των νημάτων  $O_1A$ ,  $O_2B$  και μπορούν να περιστρέφονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο γύρω από τα ακλόνητα άκρα των νημάτων  $O_1$ ,  $O_2$ , που αποτελούν τα κέντρα των κύκλων. Στα σημεία A,B των κύκλων δίνουμε στα σώματα ταυτόχρονα ταχύτητες μέτρων  $u_1, u_2$  αντίστοιχα, κάθετα στις ακτίνες των κύκλων. Τα σώματα αφού διανύσουν τα τόξα AM και BM αντίστοιχα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο M, που είναι το κοινό σημείο των κύκλων. Τα τόξα AM αντιστοιχεί σε γωνία  $72^\circ$ , το τόξο BM αντιστοιχεί σε γωνία  $180^\circ$  και  $O_1B = 0,4 O_2A$

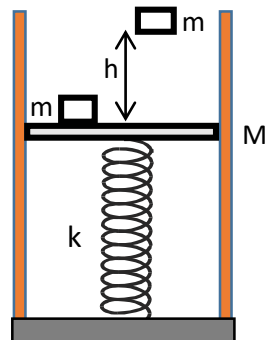


Η σχέση μεταξύ των αλγεβρικών τιμών των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση είναι:

α)  $u'_1 = -5 u'_2$       β)  $u'_1 = -3 u'_2$       ( $3\mu + 5\mu$ )

**B<sub>2</sub>**

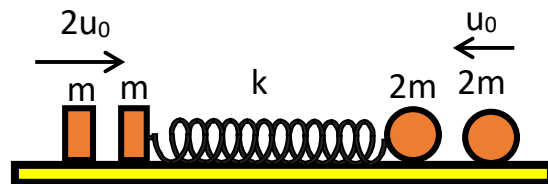
Το οριζόντιο δοκάρι μάζας  $M=3m$  είναι ακίνητο, το μέσο της κάτω επιφάνειάς του συνδέεται με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, τα άκρα του είναι σε επαφή με τις λείες επιφάνειες κατακόρυφων οδηγών και πάνω του βρίσκεται σώμα μάζας  $m$ . Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο. Από ύψος  $h$  αφήνουμε σώμα μάζας  $m$  το οποίο κατεβαίνοντας συγκρούεται πλαστικά με το δοκάρι. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι  $k = \frac{8mg}{h}$  το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι.



α)  $A = h/2$       β)  $A = h/4$       ( $3\mu + 5\mu$ )

**B<sub>3</sub>**

Τα σώματα μαζών  $m, 2m$  είναι ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο και συνδέονται με τα άκρα ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Με το σώμα  $2m$  δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά σώμα μάζας  $2m$  και ταχύτητας μέτρου  $u_0$  και ταυτόχρονα με το σώμα  $m$  αριστερά συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά σώμα μάζας  $m$  και ταχύτητας μέτρου  $2u_0$ .



A. Το σώμα που συνδέεται με το δεξιό άκρο του ελατηρίου μετά τις κρούσεις και το συσσωμάτωμα εκτελούν AAT με σταθερά ταλάντωσης

α)  $D = k$     β)  $D = k/2$     γ)  $D = 2k$       ( $2\mu + 3\mu$ )

B. Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος που συνδέεται με το δεξιό άκρο του ελατηρίου και του συσσωματώματος είναι

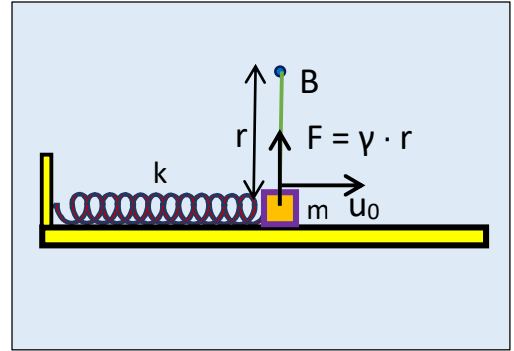
α)  $E = mu_0^2$     β)  $E = 2mu_0^2$       ( $1\mu + 1\mu$ )

Γ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

α)  $U_{ελ.(max)} = mu_0^2$     β)  $U_{ελ.(max)} = 2mu_0^2$       ( $1\mu + 1\mu$ )

### Γ. ΘΕΜΑ

Το σώμα  $m$  είναι ακίνητο πάνω στο λείο επίπεδο, συνδέεται με το δεξιό άκρο του ιδανικού ελατηρίου με  $k$  και με κατάλληλο μηχανισμό δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  που έχει μέτρο  $F = \gamma \cdot r$  όπου  $r$  η απόσταση του σώματος από το σημείο  $B$  που βρίσκεται σε ύψος  $h=r=0,4\text{m}$  από το σώμα και φορά από το σώμα στο σημείο  $B$ . Το αριστερό άκρο του ελατηρίου συνδέεται με σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  δίνουμε στο σώμα οριζόντια αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0=4\text{m/s}$  προς τα δεξιά.



Κατά την κίνηση του σώματος ασκείται διαρκώς η δύναμη  $\vec{F}$  που έχει μέτρο  $F = \gamma \cdot r$  όπου  $r$  η απόσταση του σώματος από το σημείο  $B$  και φορά από το σώμα στο σημείο  $B$ .

Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά. Δίνονται  $m=2\text{Kg}$ ,  $k = 175\text{N/m}$ ,  $\gamma=25\text{N/m}$ .

α) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί ΑΑΤ και να βρείτε τη σταθερά ταλάντωσης  $D$  (8μ)

Να βρείτε

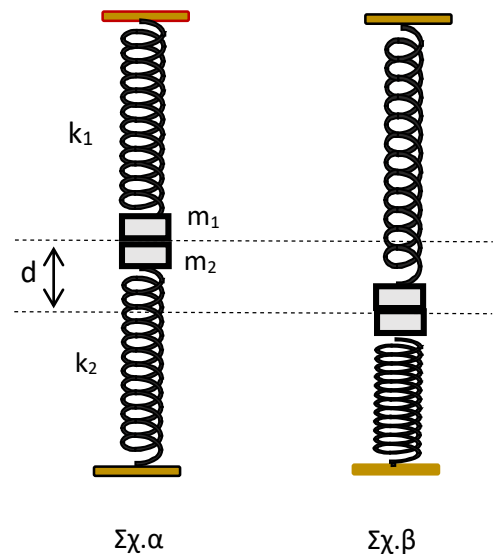
β) Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος (4μ)

γ) Τη δύναμη που ασκείται στο σώμα από το επίπεδο, όταν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι  $u = \sqrt{7} \text{ m/s}$  (7μ)

δ) Το ρυθμό με τον οποίο αφαιρεί ενέργεια η δύναμη  $F$  από τον ταλαντωτή, τη χρονική στιγμή  $t = \pi/60 \text{ s}$  (6μ)

### Δ. ΘΕΜΑ

Τα σώματα μαζών  $m_1, m_2$  συνδέονται με τα άκρα των κατακόρυφων ελατηρίων σταθερών  $k_1, k_2$  αντίστοιχα. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται με σταθερά σημεία. Τα σώματα είναι ακίνητα, σε επαφή μεταξύ τους, το ελατήριο με  $k_1$  έχει το φυσικό του μήκος και το ελατήριο με  $k_2$  έχει συσπίρωση  $\Delta l = 0,2\text{m}$  (Σχήμα α). Κατεβάζουμε μαζί τα σώματα κατακόρυφα κατά  $d=0,2\text{m}$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  τα αφήνουμε (Σχήμα β). Δίνονται  $m_1 = m_2 = 1\text{Kg}$ ,  $k_1 = k_2 = 100\text{N/m}$ . Η θετική φορά είναι προς τα κάτω.



Να βρείτε

- α) Τη δύναμη που ασκεί το σώμα με  $m_2$  στο σώμα με  $m_1$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του συσσωματώματος και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. ( 5μ)
- β) Την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. ( 3μ)
- γ) Την ταχύτητα των σωμάτων στη θέση που τα ελατήρια έχουν ίσες δυναμικές ενέργειες για πρώτη φορά. ( 5μ)
- δ) Τις εξισώσεις των αλγεβρικών τιμών των δυνάμεων των ελατηρίων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο. Να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. ( 6μ)
- ε) Τους ρυθμούς μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου με  $k_1$  , της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου με  $k_2$  , της δυναμικής ενέργειας του συσσωματώματος στο πεδίο βαρύτητας και της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος , στη θέση του ερωτήματος γ) . Να επαληθεύσετε με τους ρυθμούς αυτούς την αρχή διατήρησης της ενέργειας. ( 6μ)

**pananasgiannis@yahoo.gr**