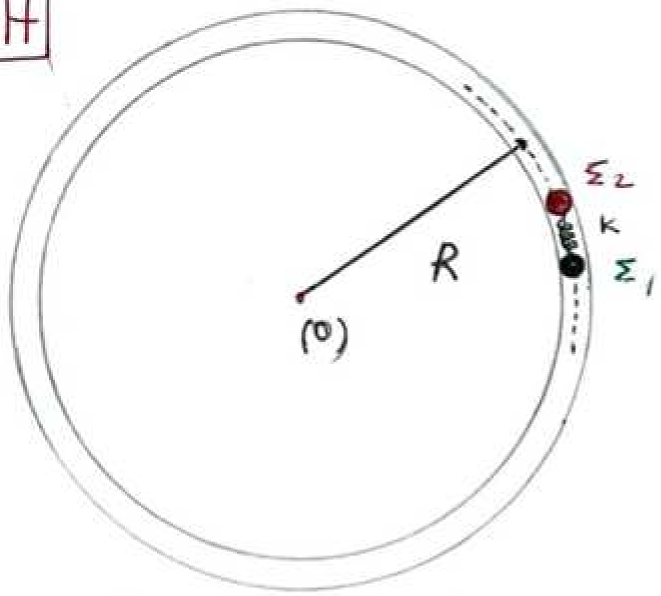
Δυο σφαίρες σε κυκλικό οδηγό

ΑΣΚΗΣΗ



Ο κυκλικός οδηγός του σχήματος είναι οριζόντιος, λείος και έχει ακτίνα $R = 20\,m$

Μέσα στον κυκλικό οδηγό υπάρχουν δύο μικρές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με ίσες ακτίνες r $(r \ll R)$ με μάζες $m_1 = 1{,}5\,kg$ και $m_2 = 0{,}5\,kg$ αντίστοιχα.

Μεταξύ των σφαιρών υπάρχει κοντό ιδανικό ελατήριο σταθερά $k = 600\,N/m$ χωρίς να είναι στερεωμένο με τις σφαίρες.

Οι σφαίρες είναι δεμένες με αβαρές μη εκτατό νήμα και το ελατήριο συμπιεσμένο κατά $\Delta\ell = 0{,}1\,m$.

Την $t_0 = 0$ το νήμα σπάει

(1)

α) Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών την στιγμή που χάνουν την επαφή τους με το ελατήριο

β) Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την 1η κρούση τους που την θεωρούμε μετωπική και ελαστική.

γ) Να βρεθεί η μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας $Σ_1$ εξ αιτίας της 1ης κρούσης ως προς τον άξονα που είναι κατακόρυφος και διέρχεται από το κέντρο (Ο) του κυκλικού οδηγού.

δ) Αν η διάρκεια της πρώτης κρούσης είναι $\Delta t = 10^{-2}$ s να βρεθεί η ροπή της δύναμης (θεωρείστε την σταθερή) που ασκήθηκε στην σφαίρα $Σ_1$ από την σφαίρα $Σ_2$, ως προς το κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κυκλικού οδηγού

ΛΥΣΗ

α) (ΑΔΟ) $\vec{P}_{αρ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow 0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \Rightarrow$

$m_2 v_2 = m_1 v_1 \Rightarrow 0,5 v_2 = 1,5 v_1 \Rightarrow v_2 = 3v_1 \quad (1)$

(ΑΔΕ) $\cancel{\frac{1}{2}} k\Delta\ell^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 v_2^2 \Rightarrow$

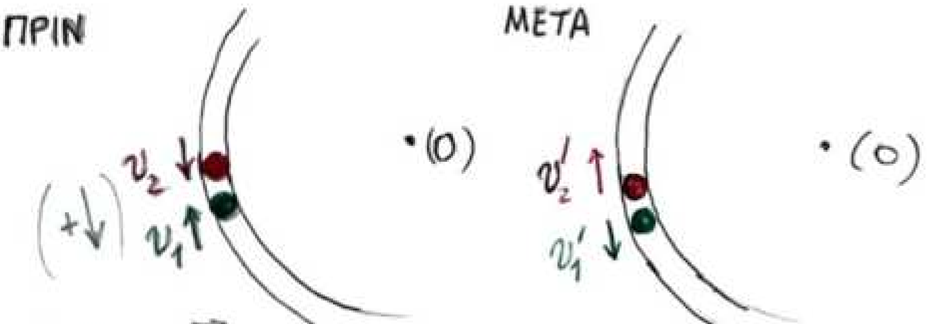
$1,5\cdot v_1^2 + 0,5\cdot v_2^2 = 600\; 0,1^2 \Rightarrow$

$1,5v_1^2+0,5v_2^2 = 6 \xRightarrow{(\div 0,5)} 3v_1^2+v_2^2=12 \xRightarrow{(1)}$

$3v_1^2+(3v_1)^2=12 \Rightarrow 3v_1^2+9v_1^2=12 \Rightarrow \boldsymbol{v_1 = 1\, m/s}$

και $\boldsymbol{v_2 = 3\, m/s}$

β)



$\vec{v}_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\vec{v}_1 + 2\frac{m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} \Rightarrow v_1' = \frac{1,5-0,5}{2}(-1) + \frac{2\cdot 0,5}{2}\,3$

$\Rightarrow \boldsymbol{v_1' = 1\, m/s}$

$\vec{v}_2' = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\cdot\vec{v}_2 + \frac{2m_1\vec{v}_1}{m_1+m_2} \Rightarrow v_2' = \frac{0,5-1,5}{2}\cdot(3) + \frac{2\cdot 1,5}{2}(-1)$

$\Rightarrow \boldsymbol{v_2' = -3\, m/s}$

γ) $\Delta\vec{L}_1 = \vec{L}_1' - \vec{L}_2 \xRightarrow{\circlearrowleft +} \Delta L = m_1 v_1' R - (-m_1 v_1 R) =$

$= m_1 R(v_1'+v_1) = 1,5\cdot 20\cdot(1+1) = \boldsymbol{60\ kgm^2/s}$

δ) $\Sigma\vec{\tau} \overset{(0)}{=} \frac{\Delta\vec{L}_1}{\Delta t} \Rightarrow \tau_F = \frac{60}{10^{-2}} \Rightarrow \tau_F = 6000\ N\cdot m$

Σημείωση: Το βάρος της $Σ_1$ η κατακόρυφη δύναμη και ακτινική δύναμη απο τον οδηγό δεν έχουν ροπή.

Γιώργος Σφυρής.