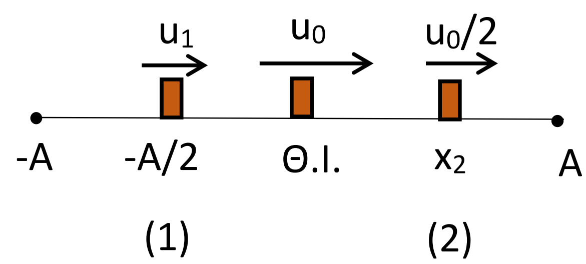
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ : ΚΡΟΥΣΕΙΣ – ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ 2022

Α. ΘΕΜΑ

A_1

Σώμα εκτελεί οριζόντια ΑΑΤ με πλάτος Α προς τα δεξιά . Στην κατάσταση (1) έχει απομάκρυνση $x_1 = -A/2$ και μέτρο ταχύτητας u_1 , στη θέση ισορροπίας μέτρο ταχύτητας u_0 και στην κατάσταση (2) απομάκρυνση x_2 και μέτρο ταχύτητας $u_2 = u_0/2$.



α) Το μέτρο της ταχύτητας u_1 είναι $u_1 = u_0/2$

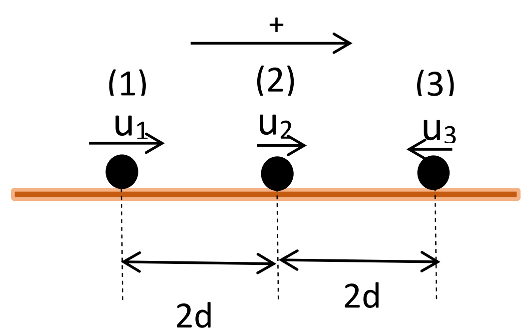
β) Η απομάκρυνση x_2 είναι $x_2 = A/2$

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης στην κατάσταση (1) είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος στην κατάσταση (2)

δ) Η κινητική ενέργεια του σώματος στην κατάσταση (1) είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στην κατάσταση (2)

A_2

Οι τρεις ίδιες μικρές σφαίρες (1),(2),(3) βρίσκονται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι u_1 , $u_2=u_3=u$. Οι φορές των ταχυτήτων φαίνονται στο σχήμα και οι οι αποστάσεις διαδοχικά μεταξύ των σωμάτων είναι 2d. Τα σώματα συγκρούονται ταυτόχρονα και οι κρούσεις μεταξύ τους είναι κεντρικές – ελαστικές.



Η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα δεξιά.

Οι τελικές αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών είναι

α) $u_1' = u$, $u_2' = u$ $u_3' = 3u$

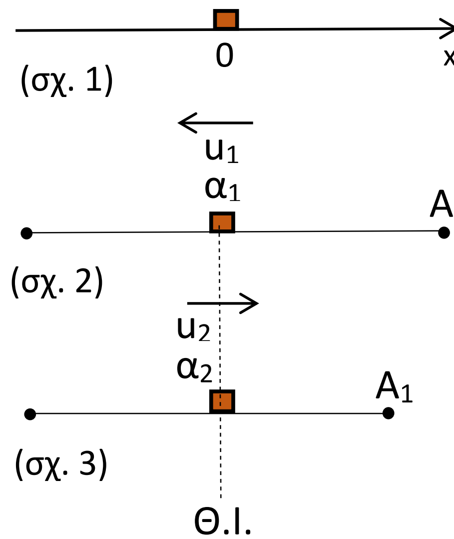
β) $u_1' = u$, $u_2' = 2u$ $u_3' = 2u$

γ) $u_1' = -u$, $u_2' = u$ $u_3' = 3u$

α) $u_1' = -u$, $u_2' = 2u$ $u_3' = 2u$

A3

Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη επαναφοράς $F_{επ.}$=-D x. Το σώμα ισορροπεί στη θέση x=0 (σχ. 1) Μετατοπίζουμε το σώμα στο αρχικό πλάτος A_0 και το αφήνουμε. Το σώμα εκτελεί οριζόντια φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης $F_{απ.}$ = -b u. Κατά την κίνηση του σώματος από το πλάτος A_0 μέχρι το επόμενο πλάτος A_1 σε χρόνο Τ, το μέτρο της ταχύτητάς του και το μέτρο της επιτάχυνσής του, όταν διέρχεται από την θέση ισορροπίας του προς τα αριστερά, είναι u_1,$α_1$ (σχ. 2) και προς τα δεξιά είναι u_2,$α_2$ (σχήμα 3).



Δίνεται ότι η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική είναι $\left|\frac{dW_{F_{απ.}}}{dt}\right| = bu^2$

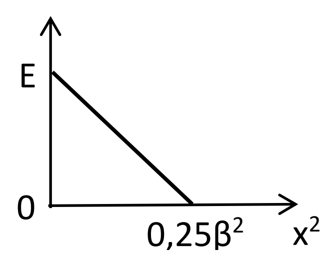
α) Η φορά της επιτάχυνσης στο σχήμα 2 είναι προς τα αριστερά και η φορά της επιτάχυνσης στο σχήμα 3 είναι προς τα δεξιά.

β) Στο σχήμα 3 η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη σε σημείο δεξιά από τη θέση ισορροπίας.

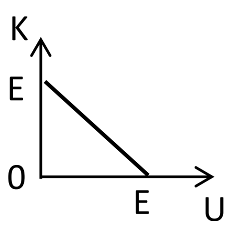
γ) Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 2 είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική ,στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 3.

δ) Η σχέση μεταξύ των πλατών A_0, A_1 είναι $A_1 = A_0 e^{-2ΛT}$

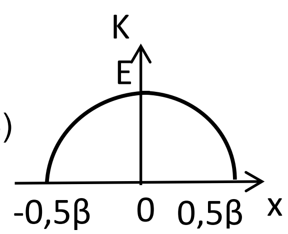
A4 . Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας σώματος που εκτελεί ΑΑΤ σε συνάρτηση με το τετράγωνο της απομάκρυνσής του, δίνεται από το διπλανό διάγραμμα. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι ω=4rad/s. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δεν είναι σωστό.



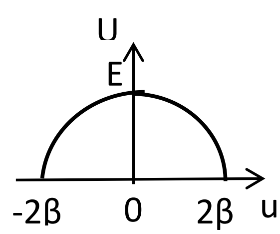
α)



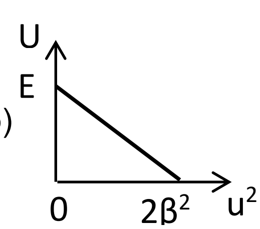
β)



γ)



δ)



Α5. Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) Για να εκτελεί ένα κινητό ΑΑΤ η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται μπορεί να είναι και του τύπου $\Sigma F = Dx$, όπου D σταθερή ποσότητα και x η απομάκρυνση του κινητού.

β) Όταν συγκρούονται δύο σώματα και οι κινητικές τους ενέργειες μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια , η κρούση τους είναι πλαστική.

γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση σώματος στο οποίο ασκείται δύναμη επαναφοράς $F_{επ.} = -Dx$ και δύναμη απόσβεσης $F_{απ.} = -bu$ σε χρόνο μισής περιόδου ,η συνισταμένη δύναμη είναι αντίρροπη της δύναμης απόσβεσης για χρόνο μεγαλύτερο από το ένα τέταρτο της περιόδου.

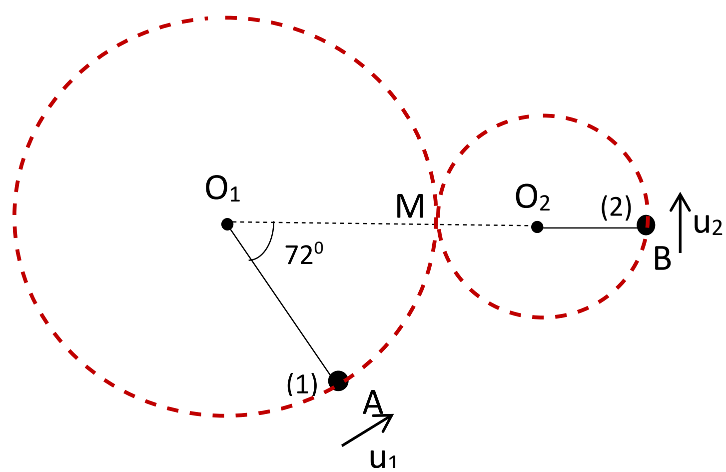
δ) Όταν ένα μπαλάκι πέφτει κάθετα σε ταβάνι, το μέτρο της δύναμης που του ασκείται από το ταβάνι είναι μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους του , για οποιοδήποτε μέτρο της ταχύτητας που μπορεί να έχει το μπαλάκι.

ε) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν αυξάνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή $f_{δ1}$ στην οποία αντιστοιχεί πλάτος A_1 στη συχνότητα τιμή $f_{δ2}$ στην οποία αντιστοιχεί πάλι πλάτος A_1, η συχνότητα $f_{δ1}$ είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

Β. ΘΕΜΑ

Β1

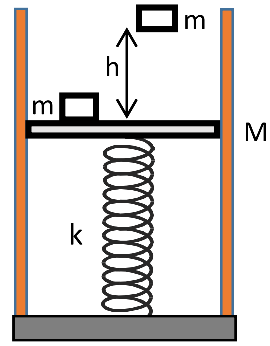
Οι ισομεγέθεις μικρές σφαίρες (1),(2) έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, συνδέονται με τα άκρα των νημάτων O_1A, O_2B και μπορούν να περιστρέφονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο γύρω από τα ακλόνητα άκρα των νημάτων O_1 O_2, που αποτελούν τα κέντρα των κύκλων Στα σημεία Α,Β των κύκλων δίνουμε στα σώματα ταυτόχρονα ταχύτητες μέτρων u_1 ,u_2 αντίστοιχα , κάθετα στις ακτίνες των κύκλων. Τα σώματα αφού διανύσουν τα τόξα ΑΜ και ΒΜ αντίστοιχα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Μ, που είναι το κοινό σημείο των κύκλων. Τα τόξο ΑΜ αντιστοιχεί σε γωνία 72^0 , το τόξο ΒΜ αντιστοιχεί σε γωνία 180^0 και $O_1B = 0,4\ O_2A$



Η σχέση μεταξύ των αλγεβρικών τιμών των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση είναι:

α) $u'_1 = -5\ u'_2$ β) $u'_1 = -3\ u'_2$

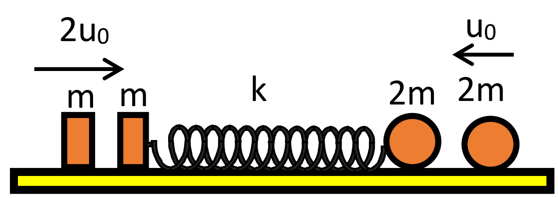
B$_2$



Το οριζόντιο δοκάρι μάζας M=3m είναι ακίνητο , το μέσο της κάτω επιφάνειάς του συνδέεται με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, τα άκρα του είναι σε επαφή με τις λείες επιφάνειες κατακόρυφων οδηγών και πάνω του βρίσκεται σώμα μάζας m. Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο. Από ύψος h αφήνουμε σώμα μάζας m το οποίο κατεβαίνοντας συγκρούεται πλαστικά με το δοκάρι. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = \frac{8mg}{h}$ το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι.

α) A = h/2 β) A = h/4

B$_3$



Τα σώματα μαζών m, 2m είναι ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο και συνδέονται με τα άκρα ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k. Με το σώμα 2m δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά σώμα μάζας 2m και ταχύτητας μέτρου u_0 και ταυτόχρονα με το σώμα m αριστερά συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά σώμα μάζας m και ταχύτητας μέτρου $2u_0$.

Α. Το σώμα που συνδέεται με το δεξιό άκρο του ελατηρίου μετά τις κρούσεις και το συσσωμάτωμα εκτελούν ΑΑΤ με σταθερά ταλάντωσης

α) D= k β) D= k/2 γ) D =2 k

Β. Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος που συνδέεται με το δεξιό άκρο του ελατηρίου και του συσσωματώματος είναι

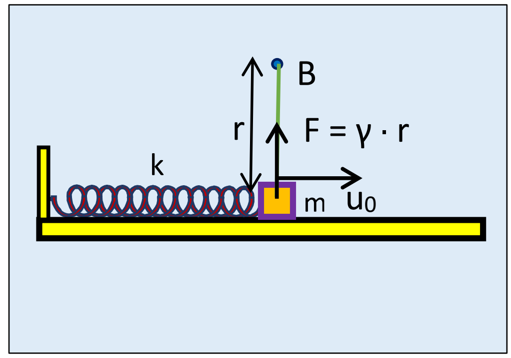
α) $E = mu_0^2$ β) $E = 2mu_0^2$

Γ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

α) $U_{ελ.(max)} = mu_0^2$ β) $U_{ελ.(max)} = 2mu_0^2$

Γ. ΘΕΜΑ

Το σώμα m είναι ακίνητο πάνω στο λείο επίπεδο , συνδέεται με το δεξιό άκρο του ιδανικού ελατηρίου με k και με κατάλληλο μηχανισμό δέχεται δύναμη $\vec{F}$ που έχει μέτρο $F = \gamma \cdot r$ όπου r η απόσταση του σώματος από το σημείο Β που βρίσκεται σε ύψος h=r=0,4m από το σώμα και φορά από το σώμα στο σημείο Β. Το αριστερό άκρο του ελατηρίου συνδέεται με σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή t=0 δίνουμε στο σώμα οριζόντια αρχική ταχύτητα μέτρου u_0=4m/s προς τα δεξιά.



Κατά την κίνηση του σώματος ασκείται διαρκώς η δύναμη $\vec{F}$ που έχει μέτρο $F = \gamma \cdot r$ όπου r η απόσταση του σώματος από το σημείο Β και φορά από το σώμα στο σημείο Β.

Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά. Δίνονται m=2Kg , k = 175N/m , γ=25N/m.

α) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί ΑΑΤ και να βρείτε τη σταθερά ταλάντωσης D

Να βρείτε

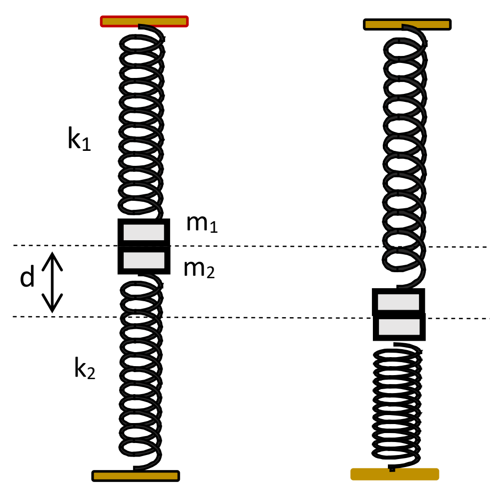
β) Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος

γ) Τη δύναμη που ασκείται στο σώμα από το επίπεδο, όταν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι $u=\sqrt{7}$ m/s

δ) Το ρυθμό με τον οποίο αφαιρεί ενέργεια η δύναμη F από τον ταλαντωτή ,τη χρονική στιγμή t= π/60 s

Δ. ΘΕΜΑ

Τα σώματα μαζών m_1, m_2 συνδέονται με τα άκρα των κατακόρυφων ελατηρίων σταθερών k_1, k_2 αντίστοιχα. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται με σταθερά σημεία. Τα σώματα είναι ακίνητα , σε επαφή μεταξύ τους, το ελατήριο με k_1 έχει το φυσικό του μήκος και το ελατήριο με k_2 έχει συσπείρωση Δl= 0,2m (Σχήμα α). Κατεβάζουμε μαζί τα σώματα κατακόρυφα κατά d_1=0,2m και τη χρονική στιγμή t=0 τα αφήνουμε (Σχήμα β). Δίνονται m_1= m_2=1Kg , k_1= k_2 = 100N/m Η θετική φορά είναι προς τα κάτω.



Σχ.α Σχ.β

Να βρείτε

α) Τη δύναμη που ασκεί το σώμα με m_2 στο σώμα με m_1 σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του συσσωματώματος και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

β) Την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ) Την ταχύτητα των σωμάτων στη θέση που τα ελατήρια έχουν ίσες δυναμικές ενέργειες για πρώτη φορά.

δ) Τις εξισώσεις των αλγεβρικών τιμών των δυνάμεων των ελατηρίων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο. Να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

ε) Τους ρυθμούς μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου με k_1, της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου με k_2, της δυναμικής ενέργειας του συσσωματώματος στο πεδίο βαρύτητας και της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, στη θέση του ερωτήματος γ). Να επαληθεύσετε με τους ρυθμούς αυτούς την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ.

Α. ΘΕΜΑ

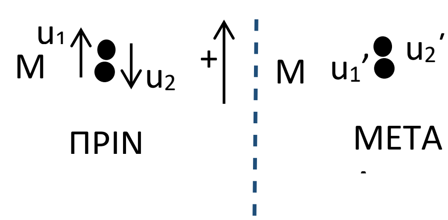
A_1. δ , A_2 γ , A_3 γ , A_4 δ , A_5 Λ, Σ, Λ, Λ, Σ

Β. ΘΕΜΑ

B_1

Το μέτρο της ταχύτητας u_1 είναι $u_1 = \omega_1 \cdot O_1A$ =>

$u_1 = \frac{\theta}{t} \cdot O_1A$ => $u_1 = \frac{72^0}{t} \cdot O_1A$



Το μέτρο της ταχύτητας u_2 είναι $u_2 = \omega_2 \cdot O_1B$ =>

$u_2 = \frac{\theta}{t} \cdot O_1B$ => $u_2 = \frac{180^0}{t} \cdot 0{,}4 \cdot O_1A$ =>

$u_2 = \frac{72^0}{t} \cdot O_1A$. Άρα τα μέτρα $u_1 = u_2 = u$

Θεωρούμε θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές προς τα πάνω. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων μετά την κρούση είναι

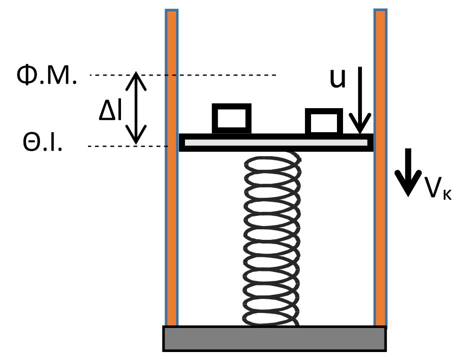
$u_1' = \frac{m-2m}{m+2m}u + \frac{4m}{m+2m}(-u) \Rightarrow u_1' = -\frac{5}{3}u$, $u_2' = \frac{2m-m}{m+2m}(-u) + \frac{2m}{m+2m}u \Rightarrow u_2' = \frac{1}{3}u$

Άρα $u_1' = -5u_2'$ (το α)

B$_2$

Στη Θ.Ι. πριν την κρούση η συσπείρωση το ελατηρίου είναι : $\Sigma F=0 \Rightarrow k\Delta l - 4mg=0 \Rightarrow \Delta l = 4mg/k$ (1)

Η ταχύτητα του m πριν την κρούση είναι $u=\sqrt{2gh}$ (2)



Στο τέλος της κρούσης το συσσωμάτωμα δοκάρι - σώμα που έπεσε στο δοκάρι, αποκτάει κοινή ταχύτητα V_κ προς τα κάτω και το σώμα που ήταν πάνω στο δοκάρι παραμένει ακίνητο. Άρα το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση κάνει ΑΑΤ και το σώμα αριστερά κάνει ελεύθερη πτώση.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ : $mu= 4mV_\kappa \Rightarrow V_\kappa = u/4$ και λόγω της (2) $\Rightarrow V_\kappa = u=\sqrt{2gh}/4$ (3)

Η θέση ισορροπίας για την ταλάντωση του συσσωματώματος είναι: $\Sigma F=0 \Rightarrow k\Delta l' - 4mg=0$

$\Rightarrow \Delta l' = 4mg/k$ και λόγω της (1) $\Delta l' = \Delta l$.

Άρα η Θ.Ι. για την ταλάντωση του συσσωματώματος συμπίπτει με την προηγούμενη Θ.Ι.

Επομένως η ταχύτητα V_κ είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συσσωματώματος.

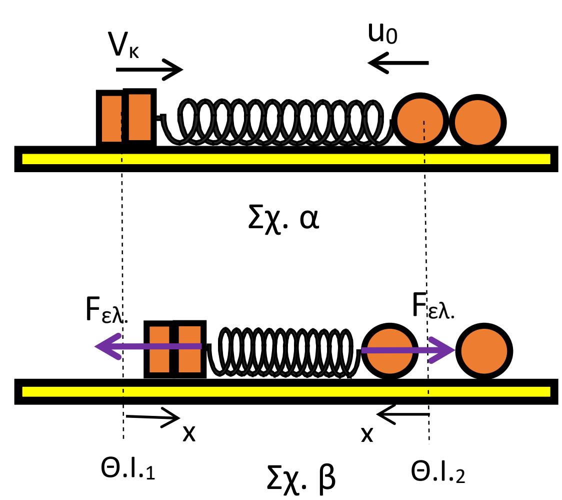
Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ$_{\tau\alpha\lambda.}$ μεταξύ $u_{max} = V_\kappa$ - πλάτους Α.

$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}4mV_\kappa^2 \Rightarrow kA^2 = 4mV_\kappa^2$ και λόγω της (3) $\Rightarrow \frac{8mg}{h}A^2 = 4m\frac{2gh}{16} \Rightarrow$

$A^2 = \frac{h^2}{16} \Rightarrow A=h/4$ (το β)

B$_3$

Αμέσως μετά τις κρούσεις το συσσωμάτωμα από την ΑΔΟ $m2u_0 = 2mV_\kappa$ έχει ταχύτητα μέτρου $V_\kappa = u_0$ με φορά προς τα δεξιά και το σώμα που συνδέεται με το δεξί άκρο του ελατηρίου έχει ταχύτητα μέτρου u_0 προς τα αριστερά , λόγω ανταλλαγής ταχυτήτων κατά την ελαστική κρούση. Αμέσως μετά τις



κρούσεις το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και η συνισταμένη των δυνάμεων στο συσσωμάτωμα και στο σώμα που συνδέεται με το δεξί άκρο του ελατηρίου , είναι μηδέν.

Επειδή το συσσωμάτωμα και το σώμα ίσης μάζας που συνδέεται με το δεξί άκρο του ελατηρίου, αμέσως μετά την κρούση έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας u_0 και την επόμενη χρονική στιγμή δέχονται δυνάμεις από τα ελατήριο ίσου μέτρου, έχουν επιταχύνσεις ίσου μέτρου και επομένως στο τέλος της στιγμής ίσα μέτρα ταχυτήτων και κατά τη διάρκεια της στιγμής ίσα μέτρα μετατοπίσεων. Το συσσωμάτωμα και το σώμα επιβραδύνονται το πρώτο προς τα δεξιά και το δεύτερο προς τα αριστερά με μετατοπίσεις ίσου μέτρου κάθε χρονική στιγμή και άρα με μετατοπίσεις ίσου μέτρου για κάθε χρονικό διάστημα.

Α.

Θεωρούμε τις απομακρύνσεις – μετατοπίσεις μέτρου x από τις θέσεις του συσσωματώματος – σώματος αμέσως μετά τις κρούσεις, που είναι και οι θέσεις ισορροπίας τους. Θεωρούμε επίσης θετική φορά για το συσσωμάτωμα προς τα δεξιά και για το σώμα προς τα αριστερά. (Σχ. β)

Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι $F_{ελ} = k\,2x$ γιατί η συνολική συσπείρωση του ελατηρίου είναι 2x.

Στο συσσωμάτωμα και στο σώμα η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης είναι $ΣF = -F_{ελ.}$ => $ΣF = -k\,2x$ => $ΣF = -(2k)x$ Άρα η σταθερά ταλάντωσης είναι D=2k (το γ)

Β.

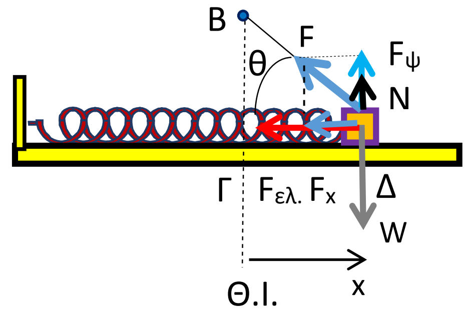
Η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος και του σώματος , ισούται με τη μέγιστη κινητική ενέργεια που έχουν στη θέση ισορροπίας τους. $E = \frac{1}{2}\,2mu_0^2$ => $E = mu_0^2$ (το α)

Γ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου ισούται με τη δυναμική ενέργεια που έχει όταν το συσσωμάτωμα και το σώμα αποκτήσουν ταυτόχρονα τις μέγιστες απομακρύνσεις τους για πρώτη φορά ,όπου αποκτάει τη μέγιστη συσπείρωσή του. Επομένως σύμφωνα με την ΑΔΕ στο σύστημα ελατήριο – συσσωμάτωμα – σώμα μεταξύ των καταστάσεων αμέσως μετά τις κρούσεις και της στιγμής της μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου ,το άθροισμα των κινητικών ενεργειών του συσσωματώματος και του σώματος αμέσως μετά την κρούση, ισούται με τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

$U_{ελ.(max)} = 2\,mu_0^2$ (το β)

Γ. ΘΕΜΑ

α)



Η αρχική θέση του σώματος είναι θέση ισορροπίας για την ταλάντωσή του γιατί $ΣF_{(οριζόντια)} = 0$

Στην τυχαία απομάκρυνση x , με θετική φορά προς τα δεξιά , στο σώμα ασκείται η δύναμη F με οριζόντια συνιστώσα F_x προς τα αριστερά και η δύναμη του ελατηρίου $F_{ελ.}$ προς τα αριστερά.

$ΣF_x = - F_x - F_{ελ.} = - Fσυνθ - kx$ όμως F=β r και συνθ=x/r άρα $ΣF= - β \cdot r \cdot \frac{x}{r} - kx = - (β+k)\, x$

Άρα το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά D= β+k = 200 N/m.

β)

Εφαρμόζουμε την $ΑΔΕ_{ταλ.}$ μεταξύ της θέσης ισορροπίας και της ακραίας θέσης.

$\frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} m\, u_0^2 \Rightarrow 200\, A^2 = 2\, u_0^2 \Rightarrow 100\, A^2 = u_0^2 \Rightarrow 100\, A^2 = 4^2 \Rightarrow A=0{,}4m$

γ)

Με $ΑΔΕ_{ταλ.}$ βρίσκουμε το μέτρο της απομάκρυνσης όταν το σώμα έχει μέτρο ταχύτητας $u= \sqrt{7}$ m/s.

$\frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} Dx^2 \Rightarrow 200\, A^2 = 2u^2 + 200x^2 \Rightarrow 100\, A^2 = u^2 + 100x^2 \Rightarrow 16 = 7 + 100x^2$

$\Rightarrow 100x^2 = 9 \Rightarrow x= 0{,}3m$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο με κορυφές Β -- Γ (αρχικής θέσης του σώματος) -- Δ (θέσης του σώματος) με το πυθαγόρειο $ΒΔ^2 = ΒΓ^2 + ΓΔ^2 \Rightarrow ΒΔ^2 = 0{,}4^2 + 0{,}3^2 \Rightarrow ΒΔ= 0{,}5m$

Η δύναμη από το σημείο Β στο σώμα είναι $F= β \cdot ΒΔ = 25 \cdot 0{,}5 = 12{,}5N$

Η συνισταμένη δύναμη στην κατακόρυφη διεύθυνση είναι μηδέν

$ΣF_ψ = 0 \Rightarrow N + Fημθ - W=0 \Rightarrow N = W - Fημθ$ όμως ημθ=4/5 άρα $N = 20 - 12{,}5 \cdot \frac{4}{5} = 10N$

δ)

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του ταλαντωτή είναι x=0,4ημ10t και για t=π/60 , x=0,4ημπ/6= 0,2m.(1)

Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρεί ενέργεια η δύναμη F από το σώμα είναι

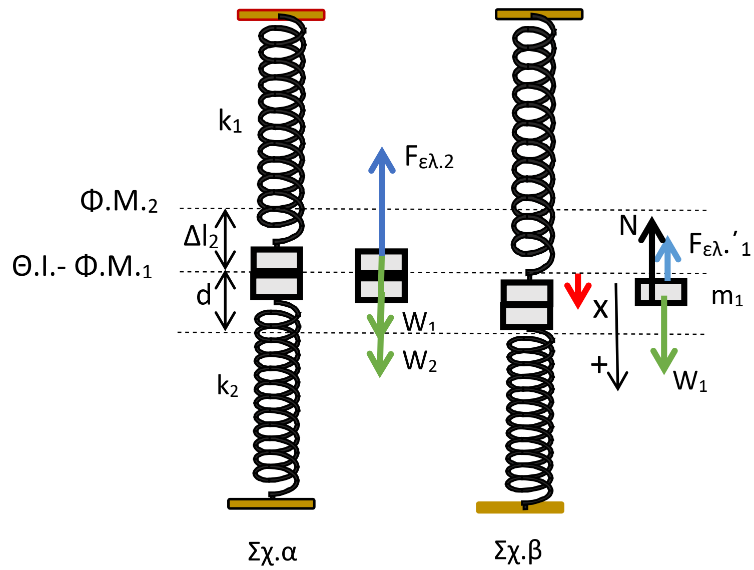
$\frac{dW_F}{dt} = - F_x \cdot u \Rightarrow \frac{dW_F}{dt} = - Fσυνθ \cdot u = - β \cdot r \cdot \frac{x}{r} \cdot u = - β \cdot x \cdot u$ (2)

Από την εξίσωση της ταχύτητας για t=π/60 έχουμε u = 4συν10t => $u = 4συνπ/6 = 2\sqrt{3}$ m/s (3)

(1),(2),(3) => $\frac{dW_F}{dt} = - 25 \cdot 0{,}2 \cdot 2\sqrt{3} = - 10\sqrt{3}$ J/s

Δ. ΘΕΜΑ

α) Οι δυνάμεις στα σώματα στη θέση ισορροπίας και στο σώμα m_1 στην τυχαία θέση x , είναι σχεδιασμένες στα σχήματα.



Στη Θ.Ι. (Σχ. α) ΣF=0 => $F_{ελ.2} = W_1+W_2$

=> $k_2\,\Delta l_2 = W_1+W_2$ => $\Delta l_2 = 0{,}2$m.

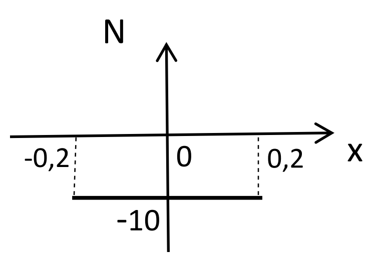
Στην Τ.Θ. (Σχ. β) εφαρμόζουμε το Β νόμο στο σώμα m_1.

$\Sigma F = m_1\alpha$ => $N + F_{ελ.}{'}_1 + W_1 = m_1\,\alpha$

=> $N - k_1x - W_1 = m_1\,\alpha$ (1)

όμως $\alpha = -\,\omega^2 x$ => $\alpha = -\,\frac{k_1+k_2}{m_1+m_2}x$ => $\alpha = -\,100x$ (2)

(1),(2) => $N - 100x + 10 = -\,100x$ => $N = -10$N



β)

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ όμως $A=0{,}2$m , $\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_1+m_2}} = 10$rad/s και για t=0 , x=0,2m = +A άρα $\varphi_0 = \pi/2$

Επομένως $x = 0{,}2\eta\mu(10t + \pi/2)$

γ)

$U_{Fελ.1} = U_{Fελ.2}$ => $\frac{1}{2}k_1x^2 = \frac{1}{2}k_2(0{,}2+x)^2$ => $x^2 = (0{,}2+x)^2$ => $x = 0{,}2 + x$ (απορ.) και

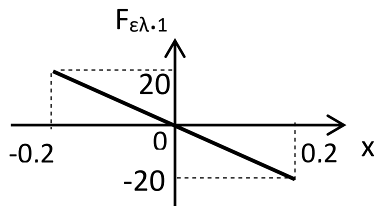
$x = -(0{,}2+x)$ => $2x = -0{,}2$ => $x = -\,0{,}1$m (δεκτή)

Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ$_{ταλ.}$ μεταξύ x=A= 0,2m και $x = x_1 = -0{,}1$m

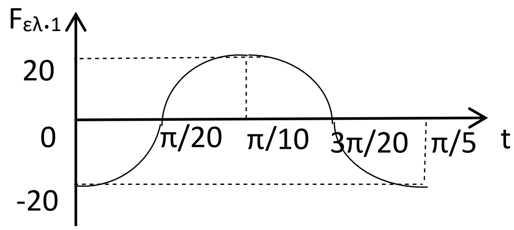
$\frac{1}{2}(k_1+k_2)A^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u^2 + \frac{1}{2}(k_1+k_2)x_1^2$ => $200\ 0{,}2^2 = 2u^2 + 200\,(-0{,}1)^2$ => $u = \sqrt{3}$ m/s .

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι $u = -\sqrt{3}$ m/s .

δ) $F_{ελ.1}(x) = -k_1 x = -100x$

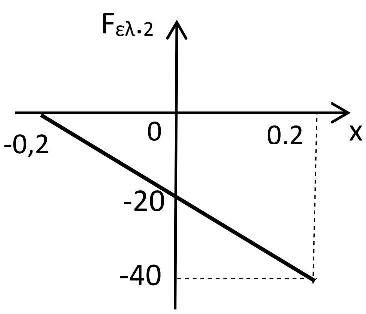


$F_{ελ.1}(t) = -100 \cdot 0{,}2ημ(10t + π/2) = -20ημ(10t + π/2)$



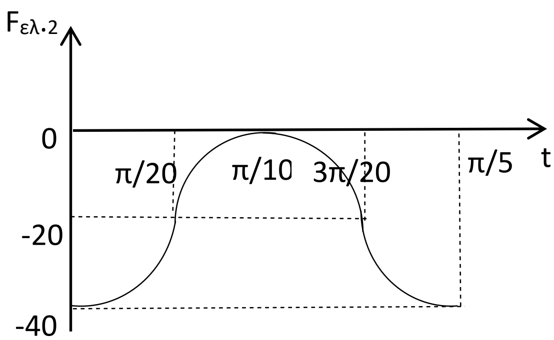
$F_{ελ.2}(x) = -k_2(0{,}2 + x) = -100(0{,}2 + x)$

$= -20 - 100x$



$F_{ελ.2}(t) = -20 - 100 \cdot 0{,}2ημ(10t + π/2) =$

$= -20 - 20\,ημ(10t + π/2)$



ε) $\frac{dU_{ελ.1}}{dt} = -F_{ελ.1}\,u = -(-k_1 x)\,u = 100(-0{,}1)(-\sqrt{3}) = 10\sqrt{3}$ .J/s

$\frac{dU_{ελ.2}}{dt} = -F_{ελ.2}\,u = -[-k_2(0{,}2 + x)]\,u = 100(0{,}2 - 0{,}1)(-\sqrt{3}) = -10\sqrt{3}$ .J/s

$\frac{dU_{βαρ.}}{dt} = -(W_1 + W_2)\,u = -20(-\sqrt{3}) = 20\sqrt{3}$ .J/s

$\frac{dK}{dt} = ΣF\,u = (F_{ελ.1} + F_{ελ.1} + W_1 + W_2)\,u = (10 - 10 + 20)(-\sqrt{3}) = -20\sqrt{3}$ .J/s

Για την ΑΔΕ : $\frac{dU_{ελ.1}}{dt} + \frac{dU_{ελ.2}}{dt} + \frac{dU_{βαρ.}}{dt} = 10\sqrt{3} + -10\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ J/s

$\frac{dK}{dt} = -20\sqrt{3}$ .J/s

Άρα $\frac{dK}{dt} = -\left(\frac{dU_{ελ.1}}{dt} + \frac{dU_{ελ.2}}{dt} + \frac{dU_{βαρ.}}{dt}\right)$ Ισχύει η ΑΔΕ

2ος τρόπος

Η $\frac{dK}{dt} = -20\sqrt{3}$ .J/s εκφράζει την κινητική ενέργεια ανά δευτερόλεπτο που αφαιρείται από το συσσωμάτωμα , η $\frac{dU_{ελ.1}}{dt} = 10\sqrt{3}$ .J/s την ενέργεια που αφαιρεί η δύναμη του ελατηρίου με k_1 , η $\frac{dU_{ελ.2}}{dt} = -10\sqrt{3}$ .J/s την ενέργεια που προσφέρει η δύναμη του ελατηρίου με k_2 και η $\frac{dU_{βαρ.}}{dt} = 20\sqrt{3}$ .J/s εκφράζει την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του συσσωματώματος στο πεδίο βαρύτητας. Τελικά η μείωση της κινητικής ενέργειας ανά δευτερόλεπτο του συσσωματώματος ισούται με την αύξηση της δυναμικής ενέργειας ανά δευτερόλεπτο του συσσωματώματος, στο πεδίο βαρύτητας. Επομένως ισχύει η ΑΔΕ.

pananasgiannis@yahoo.gr