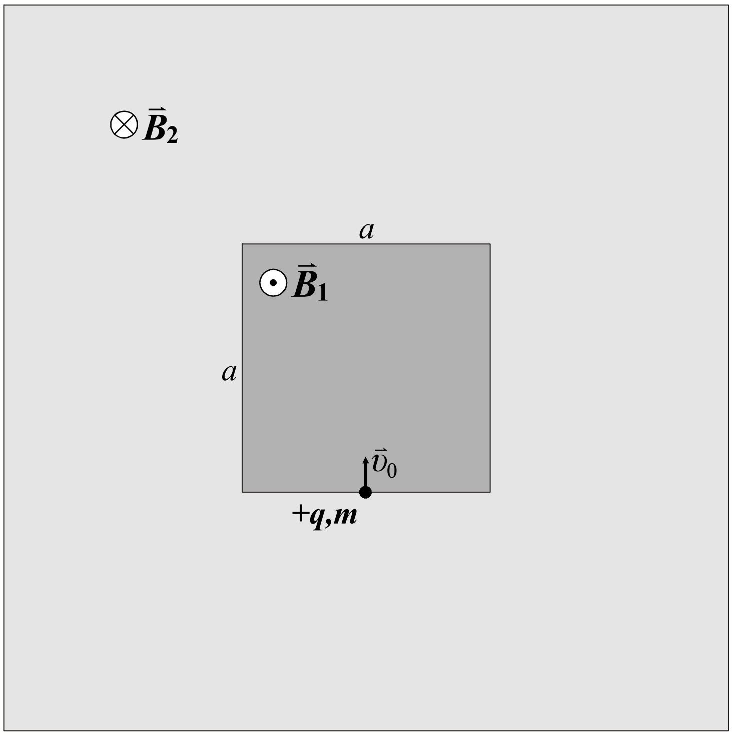
ΔΥΟ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ ΜΕΣΑ ΣΕ ΜΑΓΝ.ΠΕΔΙΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1



$B_1 = \dfrac{2m\upsilon_0}{aq}$ $B_2 = \dfrac{2m\upsilon_0}{aq}$

Δύο ομογενή μαγνητικά πεδία με εντάσεις B_1 και B_2 είναι κάθετα στο επίπεδο της σελίδας και η εγκάρσια τομή τους είναι τετράγωνη και φαίνεται στο σχήμα.
Τα δύο πεδία έχουν σαφή όρια και δεν αλληλοεπικαλύπτονται.

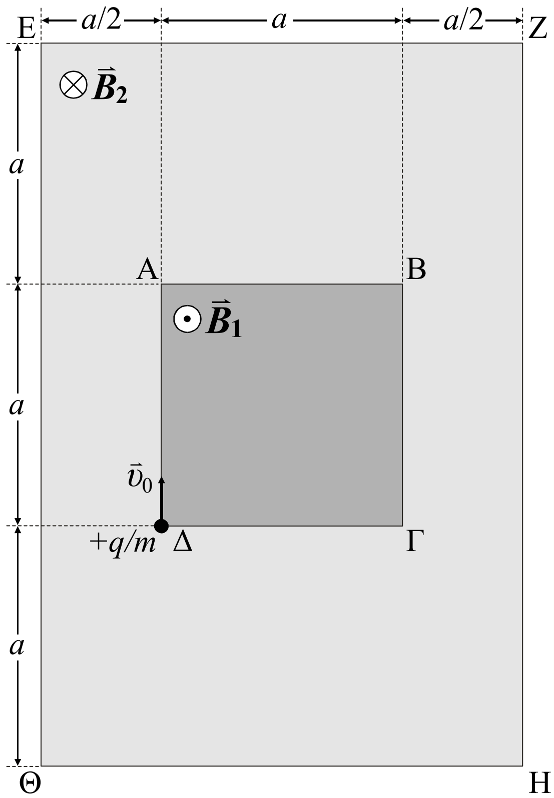
Θετικά φορτισμένο σωματίδιο $+q,m$ βρίσκεται κάποια στιγμή στο μέσο της πλευράς a του εσωτερικού πεδίου με ταχύτητα υ_0 κάθετη στην πλευρά.
α) να σχεδιαστεί η συνολική τροχιά του σωματιδίου στα δύο πεδία.
β) να βρεθεί η συνολική περίοδος κίνησης του σωματιδίου μέσα στα δύο πεδία σε συνάρτηση με τα a & υ_0.

ΑΣΚΗΣΗ 2

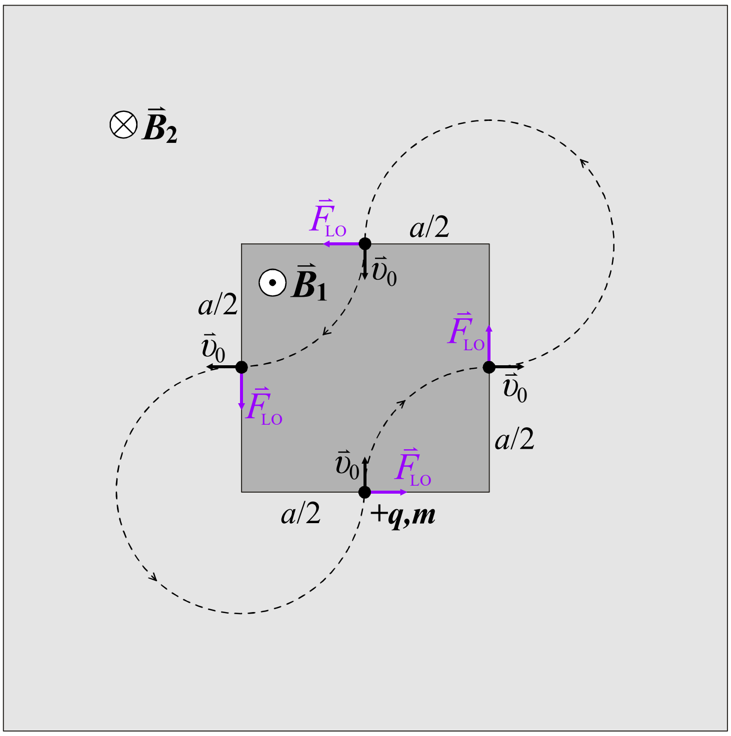
$B_1 = \dfrac{8}{3}\dfrac{m\upsilon_0}{aq}$ $B_2 = \dfrac{24}{25}\dfrac{m\upsilon_0}{aq}$

Δύο ομογενή μαγνητικά πεδία με εντάσεις B_1 και B_2 είναι κάθετα στο επίπεδο της σελίδας και η εγκάρσια τομή τους φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο πεδία έχουν σαφή όρια ΑΒΓΔΑ και ΕΖΗΘΕ και δεν αλληλοεπικαλύπτονται.

Θετικά φορτισμένο σωματίδιο $+q,m$ βρίσκεται κάποια στιγμή στη θέση Δ με ταχύτητα υ_0 παράλληλη στην πλευρά ΑΔ (οριακά μέσα στο πεδίο B_1).
Σε ποιό σημείο της περιφέριας ΕΖΗΘΕ βγαίνει το σωματίδιο;



ΑΣΚΗΣΗ 1 ΛΥΣΗ



Σχεδιασμός των δυνάμεων Lorentz: η φορά κάθε δύναμης προκύπτει από τον κανόνα των 3 δακτύλων για το πεδίο στο οποίο εισέρχεται το σωματίδιο. Έτσι δείχνει προς το κέντρο του τμήματος της τροχιάς που θα ακολουθείσει το σωματίδιο.

- $R_1 = \dfrac{m\upsilon_0}{B_1 q} = \dfrac{m\upsilon_0}{\dfrac{2m\upsilon_0}{aq}q} = \dfrac{a}{2}$

- $B_2 = B_1 \Rightarrow R_2 = R_1 = \dfrac{a}{2}$

- Εφόσον $R = a/2$ η τροχιά του σωματιδίου στο B_1 έχει κέντρο στην κάτω δεξιά γωνία του εσωτερικού τετραγώνου.

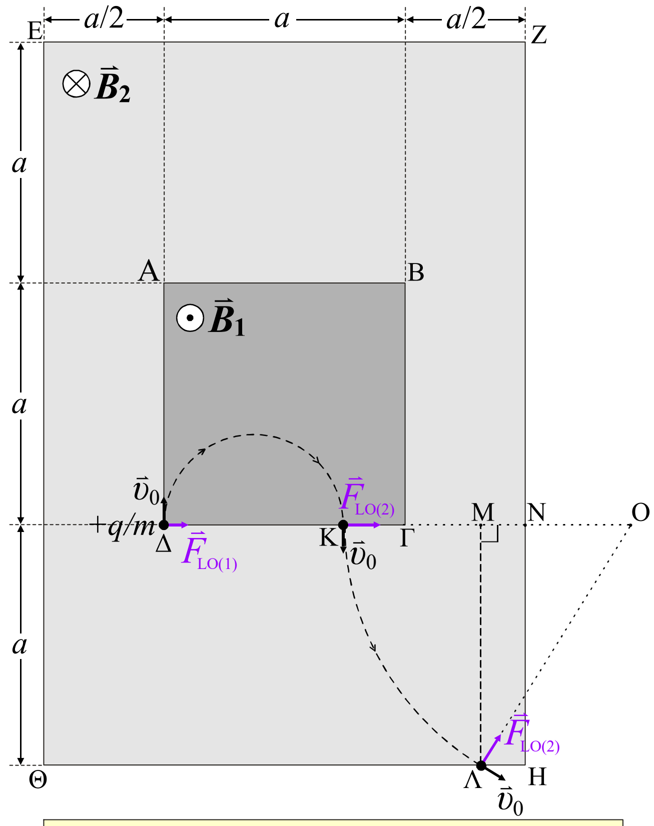
- Λόγω αλλαγής της φοράς του πεδίου B_2 το νέο τμήμα της τροχιάς του σωματιδίου θα έχει κέντρο στην πάνω δεξιά γωνία του εσωτερικού τετραγώνου.

- Τα παραπάνω επαναλαμβάνονται άλλες δύο φορές και τελικά παίρνουμε την τροχιά του σχήματος.

- $T_1 = \dfrac{2\pi\, m}{B_1 q} = \dfrac{2\pi\, m}{\dfrac{2m\upsilon_0}{aq}q} = \dfrac{\pi\, a}{\upsilon_0} \xrightarrow{B_1 = B_2} T_1 = T_2 = \dfrac{\pi\, a}{\upsilon_0}$

- $T_{ΟΛΙΚΟ} = \dfrac{1}{4}T_1 + \dfrac{3}{4}T_2 + \dfrac{1}{4}T_1 + \dfrac{3}{4}T_2 = \dfrac{1}{2}T_1 + \dfrac{3}{2}T_2 = \dfrac{T_1 + 3T_2}{2} = \dfrac{\dfrac{\pi\, a}{\upsilon_0} + 3\dfrac{\pi\, a}{\upsilon_0}}{2} = \dfrac{4\dfrac{\pi\, a}{\upsilon_0}}{2} \Rightarrow \boxed{T_{ΟΛΙΚΟ} = \dfrac{2\pi\, a}{\upsilon_0}}$

ΑΣΚΗΣΗ 2 ΛΥΣΗ



▶ $$R_1 = \frac{m\upsilon_0}{B_1 q} = \frac{m\upsilon_0}{\frac{8m\upsilon_0}{3aq}q} = \frac{3a}{8}$$

▶ $$R_2 = \frac{m\upsilon_0}{B_2 q} = \frac{m\upsilon_0}{\frac{24m\upsilon_0}{25aq}q} = \frac{25a}{24}$$

▶ Το σωματίδιο βγαίνει από το πεδίο B_1 στο σημείο K, όπου (ΔK)= $2R_1$:

$$(\Delta K) = 2R_1 = 2\frac{3a}{8} \Rightarrow (\Delta K) = \frac{3a}{4}$$

▶ Έστω ότι το κέντρο της τροχιάς του σωματιδίου, στο πεδίο B_2, είναι το O του σχήματος (στην προέκταση της $F_{LO(2)}$, στην ΚΓ). Θεωρούμε ότι το σωματίδιο εξέρχεται από το πεδίο B_2 στο σημείο Λ. Έχουμε:

$$(OK) = (O\Lambda) = R_2 = \frac{25a}{24}$$

▶ Εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΛΜΟ:

$$(O\Lambda)^2 = (M\Lambda)^2 + (OM)^2 \Rightarrow R_2^2 = a^2 + (OM)^2 \Rightarrow (\frac{25a}{24})^2 = a^2 + (OM)^2 \Rightarrow \frac{25^2 a^2}{24^2} = a^2 + (OM)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{25^2 a^2}{24^2} - a^2 = (OM)^2 \Rightarrow (\frac{25^2}{24^2} - 1)a^2 = (OM)^2 \Rightarrow \frac{25^2 - 24^2}{24^2}a^2 = (OM)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(25-24)(25+24)}{24^2}a^2 = (OM)^2 \Rightarrow \frac{1\cdot 49}{24^2}a^2 = (OM)^2 \xrightarrow{\sqrt{\dots}} (OM) = \frac{7a}{24}$$

▶ Από το σχήμα έχουμε:

$$(OM) = (OK) - (KM) \Rightarrow \frac{7a}{24} = R_2 - (KM) \Rightarrow \frac{7a}{24} = \frac{25a}{24} - (KM) \Rightarrow (KM) = \frac{25a}{24} - \frac{7a}{24} \Rightarrow \boxed{(KM) = \frac{18a}{24} = \frac{3a}{4}}$$

▶ Επίσης από το σχήμα έχουμε: $(\Delta N) = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$ και έχουμε βρει ότι: $(\Delta K) = \frac{3a}{4}$, άρα:

$$(KN) = (\Delta N) - (\Delta K) = \frac{3a}{2} - \frac{3a}{4} \Rightarrow \boxed{(KN) = \frac{3a}{4}}$$

▶ Αφού (ΚΝ)= (ΚΜ)= $3a/4$, άρα το σημείο Μ ταυτίζεται με το σημείο Ν. Αντίστοιχα, θα ταυτίζονται και τα σημεία Λ και Η. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, ότι **το σωματίδιο εξέρχεται από την κάτω δεξιά γωνία** του πεδίου B_2 (δηλαδή από το σημείο Η).
